

¡MÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamaní

FONDO EDITORIAL
PRODO

12

Números Racionales

Teoría y Práctica

ARI



12

NÚMEROS RACIONALES

Teoría y Práctica

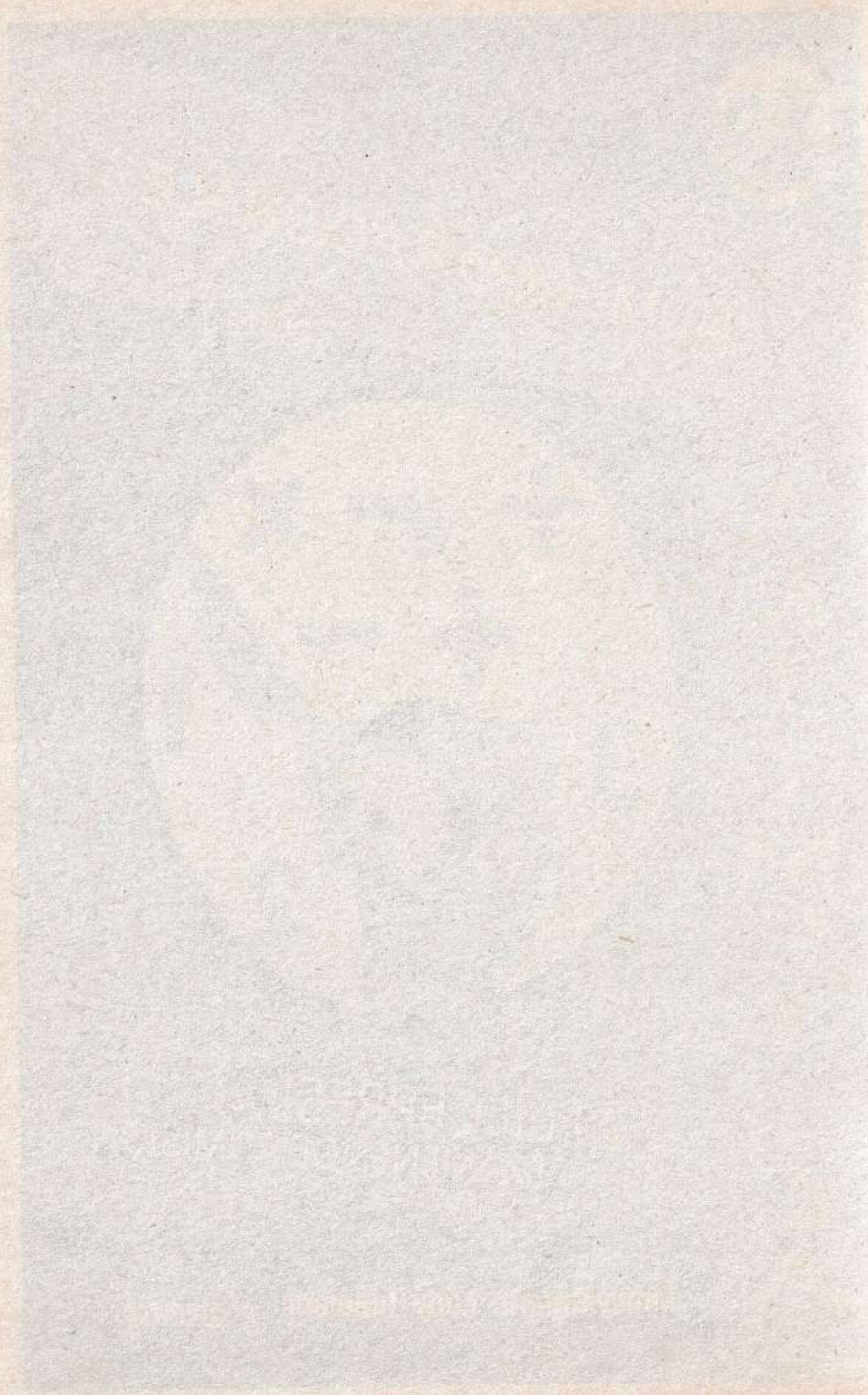
ARITMÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
KRODO



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2015, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMÉTICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO
De: Walter Z. Benítez Nuñez.

NÚMEROS RACIONALES



ARITMÉTICA-TEMA SELECTO 12, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Mayo 2015 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2015 - 07076

EQUIPO PEDAGÓGICO

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

Luz Victoria Carlos Herrera

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ - PRINTED IN PERU

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES (Q)

INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de la matemática a través de la historia, el ser humano se plantea la necesidad de ampliar los conjuntos numéricos que se iban descubriendo por las dificultades que aparecían. Al comienzo el hombre descubre el conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) y observa que la operación de la adición estaba definida; es decir la suma de dos números naturales es otro natural (Ejemplo: $\underbrace{3}_{\mathbb{N}} + \underbrace{5}_{\mathbb{N}} = \underbrace{8}_{\mathbb{N}}$); pero la operación de la sustracción tenía sus limitaciones, es decir la diferencia de dos números naturales no necesariamente es otro natural (Ejemplo: $\underbrace{3}_{\mathbb{N}} - \underbrace{5}_{\mathbb{N}} = m; m \notin \mathbb{N}$); por lo que se decide ampliar el conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) y formar el conjunto de los enteros ($\mathbb{Z}$), donde las operaciones de adición; sustracción y multiplicación están bien definidas; es decir que la suma; diferencia y producto de dos números enteros es otro número entero (Ley de clausura o cerradura).

Ejemplo: Sean los números enteros 3 y 5; luego:

- Adición: $\underbrace{3}_{\mathbb{Z}} + \underbrace{5}_{\mathbb{Z}} = \underbrace{8}_{\mathbb{Z}}$
- Sustracción: $\underbrace{3}_{\mathbb{Z}} - \underbrace{5}_{\mathbb{Z}} = \underbrace{-2}_{\mathbb{Z}}$
- Multiplicación: $\underbrace{3}_{\mathbb{Z}} \times \underbrace{5}_{\mathbb{Z}} = \underbrace{15}_{\mathbb{Z}}$

Sin embargo la operación de la división no está bien definida en el conjunto de los números enteros, pues el cociente no necesariamente es un número entero.

Ejemplo: • División: $\frac{3}{5} = k ; (k \notin \mathbb{Z})$

Otro ejemplo: $\frac{20}{4} = 5 ; (5 \in \mathbb{Z})$

De lo anterior; la operación de división está parcialmente definida en $\mathbb{Z}$, luego, se tiene la necesidad de ampliar el conjunto de los $\mathbb{Z}$; es decir definir un conjunto donde estas 4 operaciones fundamentales estén bien definidas; para que se cumpla la ley de clausura o cerradura.

AMPLIACIÓN DEL CONJUNTO DE LOS ENTEROS (Z)

Para esto se deben considerar todas las posibles divisiones entre 2 números enteros; por ejemplo:

$$\frac{7}{4}, \frac{4}{7}, \frac{-18}{-12}, \frac{27}{9}, \frac{0}{8}, \frac{23}{0}$$

Indeterminado

Luego se toman los números enteros en parejas donde importa el orden (pares ordenados) y lo denotamos por medio de la división, con la consideración que el divisor (segunda componente) sea diferente de cero.

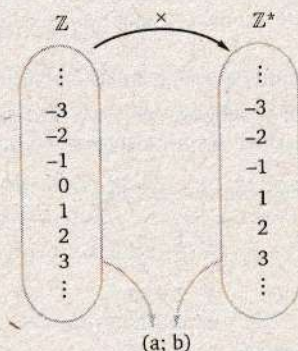
BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 12

Consideremos los pares ordenados $(a; b)$ y lo denotaremos así: $\frac{a}{b}$; donde $b \neq 0$. Luego:

- $a \in \mathbb{Z}$ donde $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$
- $b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0$ donde $\mathbb{Z}^* = \{\dots; -3; -2; -1; 1; 2; 3; \dots\}$

Formando el conjunto: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$

Gráficamente:



$$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^* = \{(a; b) / a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z}^*\}$$

donde: $(a; b)$ representa: $\frac{a}{b}$

De los infinitos pares ordenados; consideremos algunos de ellos:

$$\dots; \underbrace{(-4; -6)}; \underbrace{(2; 3)}; \underbrace{(6; 9)}; \dots$$

$$\dots; \frac{-4}{-6}; \frac{2}{3}; \frac{6}{9}; \dots$$

$$\dots; \underbrace{(-16; -28)}; \underbrace{(4; 7)}; \underbrace{(24; 42)}; \dots$$

$$\dots; \frac{-16}{-28}; \frac{4}{7}; \frac{24}{42}; \dots$$

$$\dots; \underbrace{(-9; -15)}; \underbrace{(3; 5)}; \underbrace{(12; 20)}; \dots$$

$$\dots; \frac{-9}{-15}; \frac{3}{5}; \frac{12}{20}; \dots$$

Se observa que hay pares ordenados que siendo diferentes sus cocientes son equivalentes; lo cual se denotará: $\approx$

En el ejemplo:

$$\dots \approx \frac{-4}{-6} \approx \frac{2}{3} \approx \frac{6}{9} \approx \dots$$

Luego en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ definimos una relación " $\approx$ "; donde:

$$(a; b) \approx (c; d) \leftrightarrow ad = bc$$

Entonces:

$$\frac{a}{b} \approx \frac{c}{d} \leftrightarrow ad = bc$$

Ejemplos:

i) $(17; 4) \approx (51; 12)$ ya que: $17 \times 12 = 4 \times 51$

ii) $\frac{20}{16} \approx \frac{15}{12}$ ya que: $20 \times 12 = 16 \times 15$

Podemos probar que la relación " $\approx$ " es una relación de equivalencia:

- Es reflexiva: $\frac{-4}{-8} \approx \frac{-4}{-8}$
- Es simétrica: $\frac{-4}{8} \approx \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \approx \frac{-4}{-8}$
- Es transitiva: $\frac{-4}{-8} \approx \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2} \approx \frac{3}{6} \rightarrow \frac{-4}{-8} \approx \frac{3}{6}$

Al ser $\approx$ una relación de equivalencia determina una clasificación en **clases de equivalencia** donde están todos los pares equivalentes entre sí.

Ejemplo:

$$\dots; (-4; -8) \approx (1; 2) \approx (3; 6); \dots$$

$$\dots; \frac{-4}{-8} \approx \frac{1}{2} \approx \frac{3}{6}; \dots$$

Formando la clase de equivalencia:

$$\left\{ \dots; \frac{-4}{-8}; \frac{1}{2}; \frac{3}{6}; \dots \right\}$$

Por comodidad, de los infinitos representantes; se considera uno en particular, aquel cuyos términos son P.E.S.I. y se le llama representante canónico; luego en la clase de equivalencia sería:

$$\left[\frac{1}{2} \right] = \left\{ \dots; \frac{-4}{-8}; \frac{1}{2}; \frac{3}{6}; \dots \right\}$$

Representante de la
Clase de Equivalencia

Elementos de la
Clase de Equivalencia

Si: $\frac{a}{b}$ es el representante canónico de una clase de equivalencia entonces $|a|$ y b son PESI; además $b \in \mathbb{Z}^+$.

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 12

De lo anterior, cada una de las clases de equivalencia determinadas en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ se denomina número racional (estas clases son no vacías y disjuntos 2 a 2).

Luego, podemos afirmar que el conjunto $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ ha sido particionado en clases de equivalencia, generando el siguiente conjunto cociente:

$$\frac{\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*}{\approx} = \left\{ \left[\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \right] / a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

→ Número Racional ($\mathbb{Q}$)

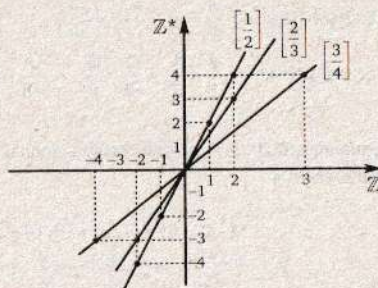
Por lo tanto, se define " $\mathbb{Q}$ " como la unión de todas las clases de equivalencia.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \left[\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \right] / a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

OBSERVACION

Ejemplo:

Grafiquemos: $\left[\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right]; \left[\begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \right]; \left[\begin{array}{c} 3 \\ 4 \end{array} \right]$

**Conclusiones:**

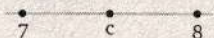
1. El conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$) es un conjunto de conjuntos ya que cada uno de sus elementos es un conjunto.
2. La gráfica de cualquier número racional $\left[\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \right]$ son puntos que pertenecen a una línea recta que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente es $\frac{b}{a}$.
3. El conjunto de los $\mathbb{Z}$ coincide con la clase $\left[\begin{array}{c} n \\ 1 \end{array} \right]$, $n \in \mathbb{Z}$; luego podemos afirmar que todo número entero ($\mathbb{Z}$) es un número racional ($\mathbb{Q}$) y $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
4. Sabemos que: $\dots \approx \frac{-1}{-2} \approx \frac{1}{2} \approx \frac{3}{6} \approx \dots$ en forma práctica se considera: $\dots = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \dots$ de modo que el número racional $\left[\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right]$ se le puede llamar por cualquiera de sus representantes: $\frac{1}{2}; \frac{-1}{-1}; \frac{3}{6}$; etc.

DENSIDAD DE UN CONJUNTO

Un conjunto "A" es denso respecto a la relación de orden menor que ($<$); si para dos elementos a y b de A, tal que $a < b$, existe un elemento $c \in A$ tal que: $a < c < b$

Ejemplo 1: ¿El conjunto de los $\mathbb{Z}$ es denso?

Resolución: Por ejemplo, sean los números enteros 7 y 8



Podemos observar que entre 7 y 8 no existe un $c \in \mathbb{Z}$ tal que $7 < c < 8$

$\therefore$ " $\mathbb{Z}$ " no es denso

Ejemplo 2: ¿El conjunto de los $\mathbb{Q}$ es denso?

Resolución: Por ejemplo, sean los números racionales 7 y 8



Podemos observar que entre 2 números racionales cualesquiera puede encontrarse otro racional; del ejemplo:

$$\frac{14}{2} < c < \frac{16}{2} \Rightarrow c = \frac{15}{2} \in \mathbb{Q}$$

$\therefore$ " $\mathbb{Q}$ " es denso



OBSERVACIÓN

Pese a que entre 2 números racionales, (uno mayor que otro), existen infinitos racionales, el conjunto " $\mathbb{Q}$ " no cubre toda la recta numérica, dichos vacíos serán cubiertos por los números irracionales ($\mathbb{Q}^* = \mathbb{I}$), que son aquellos números que no se pueden expresar como la división de 2 números enteros. Por ejemplo:

$$\sqrt{7}; 2\pi; 2 + \sqrt{3}; \sqrt{5} - 2; e; \dots$$

Luego, el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$), se genera como la unión disjunta de los $\mathbb{Q}$ con los $\mathbb{Q}^*$.

Aplicación 1: Demuestre que $\sqrt{5}$ no es un número racional

Resolución: Consideremos que $\sqrt{5}$ es un número racional:

$$\sqrt{5} = \frac{m}{n} ; \left(\begin{array}{l} \text{Si } \frac{m}{n} \text{ es representante canónico,} \\ \text{entonces } m \text{ y } n \text{ son PESI} \end{array} \right)$$

Elevando al cuadrado:

$$5 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$5n^2 = m^2 \rightarrow m = 5k$$

Reemplazando en (*):

$$5n^2 = (5k)^2$$

$$n^2 = 5k^2 \rightarrow n = 5$$

Luego : m y n no son PESI (contradicción con la suposición inicial)

Entonces : $\sqrt{5}$ no es racional

$\therefore \sqrt{5}$ es irracional

Aplicación 2: Si : $\frac{a}{b} \in \left[\frac{210}{245} \right]$ y $\text{MCD}(a; b) = 1$

Además : $\frac{d}{c} \in \left[\frac{98}{2926} \right]$ y $\text{MCM}(c; d) = d \times c$

Calcule : $m + n$; si : $\frac{c}{d} - \frac{a}{b} = \overline{mn}$

Resolución: • $\text{MCD}(a; b) = 1 \rightarrow \frac{a}{b}$ es el representante canónico de : $\frac{210}{245}$

Luego: $\frac{210}{245} = \frac{6}{7} = \frac{a}{b}$

• $\text{MCM}(c; d) = c \times d \rightarrow \frac{d}{c}$ es el representante canónico de : $\frac{98}{2926}$

Luego: $\frac{98}{2926} = \frac{7}{209} = \frac{d}{c}$

Finalmente : $\frac{209}{7} - \frac{6}{7} = \overline{mn} \rightarrow \overline{mn} = 29 \rightarrow m = 2 \wedge n = 9$

$\therefore m + n = 11$

NÚMEROS FRACCIONARIOS

Son aquellos números racionales que no son enteros.

Ejemplos: $\frac{10}{14}; \frac{17}{9}; \frac{-3}{6}; \frac{4}{-8}; \frac{-7}{-11}; \frac{12}{3}; \frac{15}{-5}; \frac{-16}{8}; \frac{-21}{-7}$

Son números fraccionarios
No son números fraccionarios

FRACCIONES

Son aquellos números fraccionarios cuyos términos son positivos.

Del ejemplo anterior: $\frac{10}{14}; \frac{17}{9}; \frac{-3}{6}; \frac{4}{-8}; \frac{-7}{-11}$

Son fracciones
No son fracciones

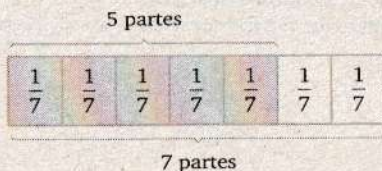
En general: Si "f" es fracción:

$$f = \frac{n}{d} \rightarrow \begin{array}{l} \text{numerador} \\ \text{denominador} \end{array}$$

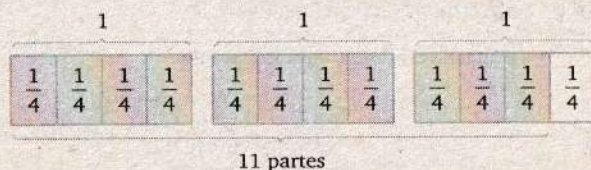
$n \text{ y } d \in \mathbb{Z}^+$

INTERPRETACIÓN

Ejemplo 1: Sea la fracción: $\frac{5}{7} \rightarrow$ Número de partes que se consideran
 $\frac{5}{7} \rightarrow$ Número de partes en que se divide la unidad



Ejemplo 2: Sea la fracción: $\frac{11}{4}$



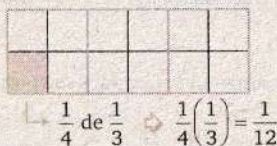
$$\therefore \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$$

Ejemplo 3: Fracción de fracción: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$

Primero se divide la unidad en 3 partes iguales:



Luego cada una de estas partes se divide en 4 partes iguales:



Aplicación 3: Del dinero que tenía me gasté los $\frac{2}{5}$ y me sobran S/.21, ¿cuánto dinero tenía?

Resolución: Gasté: $\frac{2}{5}$

S/.7	S/.7	S/.7	S/.7	S/.7
------	------	------	------	------

gasté
no gasté: S/.21

$$\therefore \text{Tenía: } 5(\text{S}/.7) = \text{S}/.35$$

Aplicación 4: Un alumno lee un libro de 365 páginas; ¿cuántas páginas ha leído, si esta cantidad excede en "2" a los $\frac{3}{8}$ del número de páginas que aún no lee?

Resolución: Número de páginas del libro: 365
 Número de páginas que ha leído: x
 Número de páginas que no ha leído: $(365 - x)$

Por dato
$$x - \frac{3}{8}(365 - x) = 2$$

$$\therefore x = 101$$

Aplicación 5: Los $\frac{2}{3}$ de los miembros de un club son mujeres; $\frac{1}{4}$ de los hombres están casados y hay 9 hombres solteros. ¿Cuántas mujeres hay en total?

Resolución: Sea el total de miembros del club: N

Hallando el número de hombres solteros:

$$\underbrace{\frac{3}{4} \left(\frac{1}{3} N \right)}_{\text{Número de hombres solteros}} = 9 \Rightarrow N = 36$$

$$\therefore \text{Número de mujeres: } \frac{2}{3} N = \frac{2}{3} \times 36 = 24$$

Aplicación 6: Un tanque puede ser llenado por un caño A en 4 horas y por un caño "B" en 12 horas, si se abren ambos caños a la vez, ¿en cuántas horas se llenaría el tanque?

Resolución: Como el caño "A" llena el tanque en 4 horas; en 1 hora llena $\frac{1}{4}$ de su volumen

Como el caño "B" llena el tanque en 12 horas; en 1 hora llena $\frac{1}{12}$ de su volumen

Luego, sea el volumen del tanque como: 12



Los 2 caños llenan juntos en 1 hora:

$$3 + 1 = 4$$

Volumen

∴ Llenarán todo el tanque en 3 horas

Aplicación 7: Un jugador pierde $\frac{4}{7}$ de su dinero, luego los $\frac{3}{5}$ del resto y luego $\frac{4}{9}$ de lo que le quedaba. Luego gana la mitad de los $\frac{3}{19}$ de lo que estaba perdiendo. ¿Que fracción del dinero que tenía originalmente le queda.

Resolución: Dinero inicial: S/x

Le queda luego de perder los 3 primeros juegos:

$$(x) \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2}{21} x$$

Va perdiendo : $x - \frac{2}{21} x = \frac{19}{21} x$

Luego; gana : $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{19} \left(\frac{19}{21} x \right) = \frac{1}{14} x$

Al final le queda : $\frac{2}{21} x + \frac{1}{14} x = \frac{5}{42} x$

∴ La fracción del dinero original es: $\frac{5}{42}$

CLASIFICACIÓN DE LAS FRACCIONES

Sea la fracción: $\frac{a}{b}$

1. POR LA COMPARACIÓN DE SU VALOR CON RESPECTO A LA UNIDAD

FRACCIÓN PROPIA	FRACCIÓN IMPROPIA
$\frac{a}{b} < 1$ $a < b$	$\frac{a}{b} > 1$ $a > b$
Ejemplos: $\frac{5}{7}; \frac{3}{9}; \frac{39}{70}$	Ejemplos: $\frac{12}{8}; \frac{12}{9}; \frac{31}{17}$

NOTA

Una fracción impropia también puede expresarse de la siguiente manera:

Ejemplos:

$$\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8} \quad ; \quad \text{porque} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 8} \\ 7 \quad 1 \end{array}$$

Aplicación 8: ¿Cuántas fracciones propias existen cuyo denominador sea 56?

Resolución: Sea la fracción propia:

$$f = \frac{a}{56} \quad \Rightarrow \quad a < 56$$

$$\Rightarrow a = \{1; 2; 3; \dots; 55\}$$

$\therefore$ Existen 55 fracciones propias

Aplicación 9: ¿Cuántas fracciones impropias de la forma $\frac{28}{ab}$ existen, si $\overline{ab}$ es múltiplo de 3?

Resolución: Sea la fracción impropia:

$$f = \frac{28}{ab} \quad \Rightarrow \quad 28 > \overline{ab}$$

Por dato: $\overline{ab} = 3 \quad \Rightarrow \quad \overline{ab} = \{12; 15; 18; 21; 24; 27\}$

$\therefore$ Existen 6 fracciones impropias

2. POR SU DENOMINADOR

FRACCIÓN DECIMAL	FRACCIÓN ORDINARIA O COMÚN
$b = 10^k$ donde $k \in \mathbb{Z}^+$	$b \neq 10^k$ donde $k \in \mathbb{Z}^+$
Ejemplos: $\frac{99}{10}, \frac{37}{100}, \frac{32}{10000}$	Ejemplos: $\frac{17}{20}, \frac{18}{15}, \frac{36}{7}$

3. POR LA CANTIDAD DE DIVISORES COMUNES DE SUS TÉRMINOS

FRACCIÓN IRREDUCTIBLE	FRACCIÓN REDUCTIBLE
a y b son PESI $\rightarrow \text{MCD}(a, b) = 1$	a y b no son PESI $\rightarrow \text{MCD}(a, b) \neq 1$
Ejemplos: $\frac{3}{5}, \frac{10}{17}, \frac{19}{8}$	Ejemplos: $\frac{15}{18}, \frac{4}{20}, \frac{91}{26}$



OBSERVACIÓN

- 1) Toda fracción reductible se puede convertir en fracción irreductible.

Sea la fracción reductible: $f = \frac{a}{b}$

Si: $\text{MCD}(a; b) = d \Rightarrow \begin{cases} a = dp \\ b = dq \end{cases}$ (p y q son PESI)

Reemplazando: $f = \frac{dp}{dq} = \left(\frac{p}{q} \right)$ fracción irreductible

Ejemplo: La fracción: $f = \frac{91}{117}$ es reductible; porque el $\text{MCD}(91; 117) = 13$

Luego dividiendo los términos de la fracción entre 13:

$$\frac{91}{117} = \frac{13}{9} \quad \text{fracción irreductible}$$

2) A partir de una fracción irreducible se puede obtener todas las fracciones equivalentes a ella.

Ejemplo: Sea la fracción irreducible: $\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \dots = \frac{2k}{3k} ; \text{ donde } k \in \mathbb{Z}^+$$

Aplicación 10: Determinar una fracción equivalente a $\frac{27}{72}$ sabiendo que la diferencia de sus términos es 15

Resolución: Sea la fracción:

$$f = \frac{27}{72} = \frac{3}{8} \quad \diamond \quad f \text{ equivalente} = \frac{3k}{8k}$$

Por dato: $8k - 3k = 15 \rightarrow k = 3$

$$\therefore \text{ La fracción es: } \frac{3(3)}{8(3)} = \frac{9}{24}$$

Aplicación 11: ¿Cuántas de las siguientes fracciones son reducibles?

a) $\frac{33}{abcabc}$

b) $\frac{ab1}{ab3}$

c) $\frac{95}{mn0}$

Resolución: a) $\frac{33}{a b c a b c}$ $\diamond$ es reducible ya que sus términos son 11

b) $\frac{ab1}{ab3}$ $\diamond$ es irreducible ya que como sus términos son impares consecutivos; entonces son PESI

c) $\frac{95}{mn0}$ $\diamond$ es reducible ya que sus términos son 5

$\therefore$ 2 fracciones son reducibles

4. POR GRUPOS DE FRACCIONES

FRACCIONES HOMOGÉNEAS	FRACCIONES HETEROGÉNEAS
Todos los denominadores son iguales	Al menos un denominador es diferente
Ejemplos: $\frac{4}{5}, \frac{7}{5}, \frac{19}{5}$	Ejemplos: $\frac{16}{7}, \frac{19}{8}, \frac{8}{5}$

OBSERVACIÓN

- 1) De un grupo de fracciones homogéneas será mayor aquella que presente mayor numerador.

Ejemplo: Del siguiente grupo:

$$\frac{12}{7}; \frac{5}{7}; \frac{9}{7}; \frac{18}{7}; \frac{15}{7} \Rightarrow \frac{5}{7} < \frac{9}{7} < \frac{12}{7} < \frac{15}{7} < \frac{18}{7}$$

$$\therefore \frac{18}{7} \text{ es el mayor}$$

- 2) De un grupo de fracciones con igual numerador, será mayor aquella que presente menor denominador.

Ejemplo: Del siguiente grupo:

$$\frac{26}{15}; \frac{26}{8}; \frac{26}{7}; \frac{26}{3}; \frac{26}{19} \Rightarrow \frac{26}{19} < \frac{26}{15} < \frac{26}{8} < \frac{26}{7} < \frac{26}{3}$$

$$\therefore \frac{26}{3} \text{ es el mayor}$$

- 3) Comparando el valor de 2 fracciones

Ejemplo: ¿Qué fracción es mayor: $\frac{5}{9}$ ó $\frac{3}{11}$?

$$\frac{5}{9} \times \frac{3}{11} \Rightarrow 5 \times 11 > 3 \times 9$$

$$\therefore \frac{5}{9} > \frac{3}{11}$$

- 4) Para comparar un grupo de fracciones; es decir ordenar en forma creciente o en forma decreciente; se puede homogenizar numeradores ó denominadores.

Ejemplo: Sean las fracciones: $\frac{5}{2}; \frac{2}{3}; \frac{11}{5}$

Homogenizando los numeradores: $MCM(5; 2; 11) = 110$

$$\frac{5 \times 22}{2 \times 22}; \frac{2 \times 55}{3 \times 55}; \frac{11 \times 10}{5 \times 10} \Rightarrow \frac{110}{165} < \frac{110}{50} < \frac{110}{44}$$

$$\therefore \frac{2}{3} < \frac{11}{5} < \frac{5}{2}$$

• Sean las fracciones: $\frac{3}{4}; \frac{5}{7}; \frac{1}{6}$

Homogenizando los denominadores:

$$\frac{3 \times 21}{4 \times 21}; \frac{5 \times 12}{7 \times 12}; \frac{1 \times 14}{6 \times 14} \Rightarrow \frac{14}{84} < \frac{60}{84} < \frac{63}{84}$$

$$\therefore \frac{1}{6} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$$

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 12

PROPIEDADES

1. Sea: $n \in \mathbb{Z}^+$

$$\text{a) Si: } f_1 = \frac{a}{b} < 1 \wedge f_2 = \frac{a+n}{b+n} < 1 \rightarrow f_1 < f_2$$

$$\text{Ejemplo: Sea: } f_1 = \frac{5}{7} \wedge f_2 = \frac{8}{10} = \frac{5+3}{7+3} \rightarrow \frac{5}{7} < \frac{8}{10}$$

$$\text{b) Si: } f_1 = \frac{a}{b} > 1 \wedge f_2 = \frac{a+n}{b+n} > 1 \rightarrow f_1 > f_2$$

$$\text{Ejemplo: Sea: } f_1 = \frac{8}{5} \wedge f_2 = \frac{17}{14} = \frac{8+9}{5+9} \rightarrow \frac{8}{5} > \frac{17}{14}$$

2. Sean las fracciones irreducibles: $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$

$$\text{Si: } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = k \quad ; \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow b = d$$

3. Sean las fracciones irreducibles:

$$f_1 = \frac{a}{m} ; f_2 = \frac{b}{n} ; f_3 = \frac{c}{p}$$

$$\Rightarrow \text{MCD}(f_1; f_2; f_3) = \frac{\text{MCD}(a; b; c)}{\text{MCM}(m; n; p)}$$

$$\Rightarrow \text{MCM}(f_1; f_2; f_3) = \frac{\text{MCM}(a; b; c)}{\text{MCD}(m; n; p)}$$

Aplicación 12: La suma de dos fracciones irreducibles es 7. Si la suma de sus numeradores es 21. ¿Cuántas parejas de fracciones cumplen con dicha condición.

Resolución: Sean las fracciones irreducibles: $\frac{a}{b} \wedge \frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 7 \rightarrow b = d$$

$$\frac{a+c}{b} = 7 \rightarrow b = 3 = d$$

Luego:

$$a + c = 21$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 20 \\ 2 \quad 19 \\ 4 \quad 17 \\ 5 \quad 16 \\ 8 \quad 13 \\ 10 \quad 11 \end{array}$$

$\therefore$ Existen 6 fracciones.

DIVISIBILIDAD ENTRE FRACCIONES

Dada las fracciones : $f_1 = \frac{a}{b}$ y $f_2 = \frac{c}{d}$ irreductibles, decimos que la fracción f_1 es divisible entre f_2 si y sólo si $a = \overset{0}{c}$ y $d = \overset{0}{b}$

NOTA: Si $\frac{a}{b}$ es divisible por $\frac{c}{d}$ entonces $\frac{c}{d}$ es parte alícuota de $\frac{a}{b}$

FRACCIÓN CONTINUA SIMPLE (F.C.S.)

Una F.C.S. es una expresión de la forma:

$$f = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{a_n}}}}$$

donde:

$$a_0 \in \mathbb{Z}$$

$$a_i \in \mathbb{Z}^+ ; \forall i \geq 1$$

Notación:

$$f = [a_0; a_1; a_2; \dots; a_n]$$

términos de la F.C.S.

Ejemplos:

i) $f_1 = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}} \Rightarrow f_1 = [2; 3; 5]$

ii) $f_2 = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + 1}}}} \Rightarrow f_2 = [1; 1; 3; 1; 3; \dots]$
 $\Rightarrow f_2 = [1; \overline{1; 3}]$



OBSERVACION

- Una F.C.S. es finita si la cantidad de términos es limitada.
- Una F.C.S. es infinita si la cantidad de términos es ilimitada.

TEOREMA

Todo número racional se puede expresar como una F.C.S. finita.

Ejemplo (1):

$$\frac{19}{5} = 3 + \frac{4}{5} = 3 + \frac{1}{\frac{5}{4}} = 3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}$$

$$\therefore \frac{19}{5} = [3; 1; 4]$$

Forma práctica: Por el algoritmo de Euclides:

	③	①	④
19	5	4	1
	4	1	0

$$\therefore \frac{19}{5} = [3; 1; 4]$$

Ejemplo (2): Expresar $\frac{7}{11}$ como F.C.S.:

	⑦	①	①	①	③
7	11	7	4	3	1
	7	4	3	1	0

$$\frac{7}{11} = 0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$$

$$\therefore \frac{7}{11} = [0; 1; 1; 1; 3]$$

Ejemplo (3): Expresar $\frac{-49}{17}$ como F.C.S.:

	③	⑧	②
-49	17	2	1
	2	1	0

$$\frac{-49}{17} = -3 + \frac{1}{8 + \frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{-49}{17} = [-3; 8; 2]$$

Ejemplo (4): Evaluemos la siguiente F.C.S. finita: $[4; 3; 1; 2]$

	4	3	1	2
④7	①1	3	2	1
	3	2	1	0

$$\therefore [4; 3; 1; 2] = \frac{47}{11}$$

TEOREMA

Toda F.C.S. finita
es un número
racional

TEOREMA

Todo número irracional se puede expresar como una F.C.S. infinita.

Ejemplo (1): $\sqrt{2} = 1 + (\sqrt{2} - 1)$ obs: $1 < \sqrt{2} < 2$

$$\sqrt{2} = 1 + (\sqrt{2} - 1) \times \frac{(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} + 1)} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = 1 + \frac{1}{2 + (\sqrt{2} - 1)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + (\sqrt{2} - 1) \frac{(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} + 1)}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\ddots}}}}$$

$$\therefore \sqrt{2} = [1; \bar{2}]$$

Ejemplo (2):

$$\sqrt{10} = 3 + (\sqrt{10} - 3) \quad \text{obs: } 3 < \sqrt{10} < 4$$

$$\sqrt{10} = 3 + (\sqrt{10} - 3) \frac{(\sqrt{10} + 3)}{(\sqrt{10} + 3)} = 3 + \frac{1}{\sqrt{10} + 3} = 3 + \frac{1}{6 + (\sqrt{10} - 3)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10} = 3 + \frac{1}{6 + (\sqrt{10} - 3) \frac{(\sqrt{10} + 3)}{(\sqrt{10} + 3)}} = 3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\sqrt{10} + 3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10} = 3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\ddots}}}}$$

$$\therefore \sqrt{10} = [3; \bar{6}]$$

Ejemplo (3):

Determinar el número irracional representado por la F.C.S. infinita:
[4; 8; 8; 8; ...]

$$x = [4; \bar{8}]$$

$$\Rightarrow x = 4 + \frac{1}{8 + \frac{1}{8 + \frac{1}{8 + \frac{1}{\ddots}}}}$$

$$\Rightarrow x - 4 = \frac{1}{8 + \frac{1}{8 + \frac{1}{8 + \frac{1}{\ddots}}}} \rightarrow x - 4$$

$$\Rightarrow x - 4 = \frac{1}{8 + x - 4}$$

$$x - 4 = \frac{1}{x + 4} \Rightarrow x^2 - 16 = 1$$

$$\therefore x = \sqrt{17}$$

TEOREMA

Toda F.C.S. infinita
es un número
irracional

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 12**TEOREMA**Si $n \in \mathbb{Z}^+$ entonces:

$$\sqrt{n^2 + 1} = [n; \overline{2n}]$$

Ejemplos:

$$\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1} = [2; \overline{4}]$$

$$\sqrt{26} = \sqrt{5^2 + 1} = [5; \overline{10}]$$

TEOREMASi $n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n > 1$

$$\sqrt{n^2 - 1} = [(n-1); \overline{1; 2(n-1)}]$$

Ejemplos:

$$\sqrt{3} = \sqrt{2^2 - 1} = [1; \overline{1; 2}]$$

$$\sqrt{15} = \sqrt{4^2 - 1} = [3; \overline{1; 6}]$$

CONVERGENTES O REDUCIDAS**Ejemplos:**

$$\frac{36}{25} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

- 1ra convergente ó 1ra reducida:

$$[1] = 1$$

- 2da convergente ó 2da reducida:

$$[1; 2] = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

- 3ra convergente ó 3ra reducida:

$$[1; 2; 3] = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{10}{7}$$

- 4ta convergente ó 4ta reducida:

$$[1; 2; 3; 1] = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}} = \frac{13}{9}$$

- 5ta convergente ó 5ta reducida:

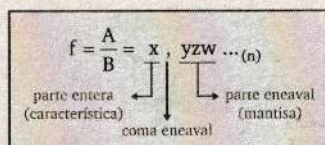
$$[1; 2; 3; 1; 2] = \frac{36}{25}$$

NÚMEROS AVALES

Son aquellos números que resultan de dividir los términos de una fracción en cierto sistema de numeración.

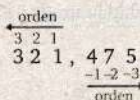
- Ejemplos:**
- i) $\frac{a}{b} = 0,375$ ← número decimal
 - ii) $\frac{m}{n} = 2,4343...(5)$ ← número pentaval
 - iii) $\frac{c}{d} = 0,41777...(9)$ ← número nonaval

En general:



Cada cifra de la parte entera y aval ocupa un orden.

Ejemplo: Sea: $f = 321,475$



Se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 f &= 321,475 \\
 f &= 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3} \\
 f &= 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 + \frac{4}{10^1} + \frac{7}{10^2} + \frac{5}{10^3}
 \end{aligned}$$

Otro ejemplo:

$$\begin{aligned}
 f &= 1245,23_{(7)} \\
 f &= 1 \times 7^3 + 2 \times 7^2 + 4 \times 7^1 + 5 \times 7^0 + 2 \times 7^{-1} + 3 \times 7^{-2} \\
 f &= 1 \times 7^3 + 2 \times 7^2 + 4 \times 7^1 + 5 + \frac{2}{7^1} + \frac{3}{7^2}
 \end{aligned}$$

NOTA

Para un mejor entendimiento del tema estudiaremos primero los números decimales.

NÚMEROS DECIMALES**Ejemplos:**

i) $\frac{37}{40} = 0,925$

ii) $\frac{7}{33} = 0,212121... = 0,\overline{21} = 0,[21]$

iii) $\frac{13}{75} = 0,17333... = 0,17\overline{3} = 0,17[3]$

CLASIFICACIÓN**NÚMERO
DECIMAL**

1. EXACTO

2. INEXACTO

a) Periódico Puro

b) Periódico Mixto

1. NÚMERO DECIMAL EXACTO (N.D.E.)

Son aquellos números que tienen una cantidad limitada de cifras en la parte decimal.

Ejemplos:

i) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} = 0,5$

ii) $\frac{7}{25} = \frac{7}{5^2} = 0,28$

iii) $\frac{9}{50} = \frac{9}{2^1 \times 5^2} = 0,18$

iv) $\frac{19}{200} = \frac{19}{2^3 \times 5^2} = 0,095$

**OBSERVACIÓN**

Una fracción irreducible genera un N.D.E. si la descomposición canónica del denominador contiene sólo al factor 2 y/o 5. La cantidad de cifras en la parte decimal está dado por el mayor exponente del factor 2 y/o 5 contenido en el denominador de la fracción irreducible.

FRACCIÓN GENERATRIZ

Ejemplos: i) $f = 0,28$

$$\diamond 100f = 28$$

$$\diamond f = \frac{28}{100} = \frac{28}{10^2}$$

ii) $f = 0,095$

$$\diamond 1000f = 95$$

$$\diamond f = \frac{95}{1000} = \frac{95}{10^3}$$

En general:

$$\frac{0,\overline{ab\dots x}}{k \text{ cifras}} = \frac{\overline{ab\dots x}}{\underbrace{100\dots 00}_{k \text{ cifras}}} = \frac{\overline{ab\dots x}}{10^k}$$

Afirmamos:

Una fracción irreducible genera un número aval exacto si la descomposición canónica del denominador contiene solo a los factores primos de la base (por lo menos a uno). La cantidad de cifras de la parte aval está dado por el mayor exponente de los factores primos de la base aval contenidos en el denominador de la fracción irreducible.

Ejemplos:

i) $\frac{5}{6}$ genera un exaval exacto porque :

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{10_{(6)}} = 0,5_{(6)}$$

$2^1 \times 3^1$

ii) $\frac{11}{25}$ genera un pentaval exacto porque :

$$\frac{11}{25} = \frac{21_{(5)}}{100_{(5)}} = 0,21_{(5)}$$

5^2

También: Fracción generatriz de un aval exacto

$$\frac{0,\overline{ab\dots x}_n}{k \text{ cifras}} = \frac{\overline{ab\dots x}_n}{\underbrace{100\dots 00_n}_{k \text{ cifras}}} = \frac{\overline{ab\dots x}_n}{n^k}$$

Ejemplos:

i) $0,243_{(8)} = \frac{243_{(8)}}{1000_{(8)}}$

ii) $0,34_{(7)} = \frac{34_{(7)}}{100_{(7)}}$

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 12**2. NÚMERO DECIMAL INEXACTO (N.D.I.)**

Son aquellos números que tienen una cantidad ilimitada de cifras en la parte decimal.

a) N.D.I. Periódico Puro

Ejemplos: i) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = 0,333... = 0,\overline{3} = 0,[3]$

ii) $\frac{7}{11} = \frac{63}{99} = 0,6363... = 0,\overline{63}$

iii) $\frac{5}{37} = \frac{135}{999} = 0,135135... = 0,\overline{135}$

OBSERVACIÓN

Una fracción irreducible genera un N.D.I. periódico puro si la descomposición canónica del denominador no contiene ni al factor 2 ni al factor 5 (el denominador es PESI con 10). La cantidad de cifras en la parte periódica está dado por la cantidad de cifras del menor numeral formado por cifras "9" que contiene al denominador de la fracción irreducible.

NUMERALES FORMADOS POR CIFRAS 9 (TABLA DE 9)

- $9 = 3^2$
- $99 = 3^2 \times 11$
- $999 = 3^3 \times 37$
- $9999 = 3^2 \times 11 \times 101$
- $99999 = 3^2 \times 41 \times 271$
- $999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$

Ejemplos: i) $\frac{13}{41} = 0,\overline{abcde}$
 aparece por 1ra vez en 99999

∴ Genera 5 cifras periódicas

ii) $\frac{5}{101} = 0,\overline{pqrs}$
 aparece por 1ra vez en 9999

∴ Genera 4 cifras periódicas

iii) $\frac{8}{37 \times 101} = 0,\overline{ab...n}$
 aparece por 1ra vez en 9999
 aparece por 1ra vez en 999

∴ Genera : MCM(3; 4) = 12 cifras periódicas

FRACCIÓN GENERATRIZ

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{i) } f &= 0, \overline{32} \\ f &= 0,323232 \\ \Downarrow \\ 100f &= 32,3232... \\ \Downarrow \\ 99f &= 32 \\ \therefore f &= \frac{32}{99} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } f &= 0, \overline{405} \\ f &= 0,405405405... \\ \Downarrow \\ 1000f &= 405,405405... \\ \Downarrow \\ 999f &= 405 \\ \therefore f &= \frac{405}{999} \end{aligned}$$

En general:

$$0, \overbrace{ab \dots x}^{k \text{ cifras}} = \frac{ab \dots x}{\overbrace{99 \dots 99}^{k \text{ cifras}}} = \frac{ab \dots x}{10^k - 1}$$

Afirmamos:

Una fracción irreducible genera un número aval inexacto periódico puro si la descomposición canónica del denominador no contiene los factores primos de la base (el denominador es PESI con la base). La cantidad de cifras de la parte aval está dado por la cantidad de cifras del menor numeral formado por cifras máximas que contiene al denominador de la fracción irreducible.

Ejemplos:

i) $\frac{3}{8}$ genera un pentaval periódico puro porque:

$$\frac{3}{8} = \frac{9}{24} = \frac{14_{(5)}}{44_{(5)}} = 0, \overline{14}_{(5)}$$

Observación:

Tabla de 4: $4_{(5)} = 2^2$
 $44_{(5)} = 2^3 \times 3$

ii) $\frac{35}{73}$ genera un octaval periódico puro porque:

$$\frac{35}{73} = \frac{245}{511} = \frac{365_{(8)}}{777_{(8)}} = 0, \overline{365}_{(8)}$$

Observación:

Tabla de 7: $7_{(8)} = 7$
 $77_{(8)} = 3^2 \times 7$
 $777_{(8)} = 7 \times 73$

También:

$$0, \overbrace{ab \dots x_n}^{k \text{ cifras}} = \frac{ab \dots x_n}{\overbrace{(n-1) \dots (n-1)}^{k \text{ cifras}}_n} = \frac{ab \dots x_n}{n^k - 1}$$

Ejemplos:

$$\text{i) } 0, \overline{21}_{(6)} = \frac{21_{(6)}}{55_{(6)}}$$

$$\text{ii) } 0, \overline{437}_{(9)} = \frac{437_{(9)}}{888_{(9)}}$$

OBSERVACIÓN

Si un número primo p (p PESI con la base) genera n cifras periódicas ($n > 1$), entonces p^k , genera $n \cdot p^{k-1}$ cifras periódicas ($k \in \mathbb{Z}^+$)

b) N.D.I. Periódico Mixto

Ejemplos:

$$\text{i) } \frac{7}{22} = \frac{7}{2^1 \times 11} = 0,3\overline{18}$$

$$\text{ii) } \frac{19}{75} = \frac{19}{5^2 \times 3} = 0,25\overline{3}$$

$$\text{iii) } \frac{13}{216} = \frac{13}{2^3 \times 3^3} = 0,060\overline{185}$$



OBSERVACIÓN

Una fracción irreducible genera un N.D.I. periódico mixto si la descomposición canónica del denominador contiene a los factores 2 y/o 5 y por lo menos otro factor primo diferente. La cantidad de cifras en la parte no periódica esta dado por el criterio de decimal exacto y la cantidad de cifras en la parte periódica está dado por el criterio del decimal periódico puro.

Ejemplos:

$$\text{i) } \frac{3}{2^2 \times 13} = 0, a \overline{b \text{ mnpqrs}}$$

$$\text{ii) } \frac{17}{2^2 \times 5^3 \times 41} = 0, a \overline{b c \text{ mnpqr}}$$

FRACCIÓN GENERATRIZ

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{i) } f &= 0,42\overline{75} \\ f &= 0,42757575... \\ \Rightarrow 10000f &= 4275,7575... \\ \Rightarrow 100f &= 42,757575... \\ \Rightarrow 9900f &= 4275 - 42 \\ \therefore f &= \frac{4275 - 42}{9900} \end{aligned} \quad (-)$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } f &= 0,381\overline{47} \\ f &= 0,381474747... \\ \Rightarrow 100000f &= 38147,4747... \\ \Rightarrow 1000f &= 381,474747... \\ \Rightarrow 99000f &= 38147 - 381 \\ \therefore f &= \frac{38147 - 381}{99000} \end{aligned} \quad (-)$$

Luego:

$$0,\overbrace{ab\dots mpq\dots x}^{k \text{ cifras}} = \frac{\overbrace{ab\dots mpq\dots x}^{n \text{ cifras}} - \overbrace{ab\dots m}^{k \text{ cifras}}}{\underbrace{99\dots 9900\dots 00}_{n \text{ cifras} \quad k \text{ cifras}}}$$

En general:

Una fracción irreducible genera un número aval inexacto periódico mixto si la descomposición canónica del denominador contiene los factores primos de la base y por lo menos un factor primo diferente. La cantidad de cifras de la parte no periódica está dado por el criterio del aval exacto y la cantidad de cifras en la parte periódica está dado por el criterio del aval inexacto periódico puro.

También:

$$0,\overline{abcde}_{(n)} = \frac{\overline{abcde}_{(n)} - \overline{abc}_{(n)}}{(n-1)(n-1)000_{(n)}}$$

Ejemplos:

$$i) \quad 0,3\overline{2}_{(6)} = \frac{32_{(6)} - 3}{50_{(6)}}$$

$$ii) \quad 0,75\overline{214}_{(8)} = \frac{75214_{(8)} - 75_{(8)}}{77700_{(8)}}$$

DESCOMPOSICIÓN DE LOS NÚMEROS AVALES

Ejemplos:

$$i) \quad 0,\overline{abcd}_{(n)} = \frac{\overline{abcd}_{(n)}}{10000_{(n)}}$$

$$0,\overline{abcd}_{(n)} = \frac{an^3 + bn^2 + cn^1 + d}{n^4}$$

$$\overline{abcd}_{(n)} = \frac{a}{n^1} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + \frac{d}{n^4}$$

$$ii) \quad 0,35_{(7)} = \frac{3}{7^1} + \frac{5}{7^2}$$

$$iii) \quad 0,427_{(9)} = \frac{4}{9^1} + \frac{2}{9^2} + \frac{7}{9^3}$$

$$iv) \quad 0,\overline{2}_{(5)} = 0,222\ldots_{(5)}$$

$$0,\overline{2}_{(5)} = \frac{2}{5^1} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \ldots$$

$$v) \quad 0,\overline{46}_{(8)} = 0,4646\ldots_{(8)}$$

$$0,\overline{46}_{(8)} = \frac{4}{8^1} + \frac{6}{8^2} + \frac{4}{8^3} + \frac{6}{8^4} + \ldots$$

$$vi) \quad 0,34\overline{2}_{(9)} = 0,34222\ldots_{(9)}$$

$$0,34\overline{2}_{(9)} = \frac{3}{9^1} + \frac{4}{9^2} + \frac{2}{9^3} + \frac{2}{9^4} + \frac{2}{9^5} + \ldots$$

$$vii) \quad 0,854\overline{37}_{(11)} = 0,8543737\ldots_{(11)}$$

$$0,854\overline{37}_{(11)} = \frac{8}{11^1} + \frac{5}{11^2} + \frac{4}{11^3} + \frac{3}{11^4} + \frac{7}{11^5} + \frac{3}{11^6} + \frac{7}{11^7} + \ldots$$

CAMBIOS DE BASE PARA NÚMEROS MENORES QUE 1

Ejemplos:

i) $0,12_{(4)}$ a base 10

$$0,12_{(4)} = \frac{12_{(4)}}{100_{(4)}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore 0,12_{(4)} = 0,375$$

ii) $0,35_{(7)}$ a base 10

$$0,35_{(7)} = \frac{35_{(7)}}{66_{(7)}} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24}$$

$$\therefore 0,35_{(7)} = 0,5416$$

iii) $0,55$ a base 5

$$0,55 = 0, \text{mnpq} \dots_{(5)}$$

$$0,55 = \frac{m}{5^1} + \frac{n}{5^2} + \frac{p}{5^3} + \frac{q}{5^4} + \dots$$

$$\times 2,75 = m + \frac{n}{5} + \frac{p}{5^2} + \frac{q}{5^3} + \dots \rightarrow m = 2$$

$$0,75 = \frac{n}{5} + \frac{p}{5^2} + \frac{q}{5^3} + \dots$$

$$\times 3,75 = n + \frac{p}{5} + \frac{q}{5^2} + \dots \rightarrow n = 3$$

$$0,75 = \frac{p}{5} + \frac{q}{5^2} + \dots$$

$$\times 3,75 = p + \frac{q}{5} + \dots \rightarrow p = 3$$

$$\therefore 0,55 = 0,23_{(5)}$$

Forma práctica (iii):

$$0,55 = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$$

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 20} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \overline{) 20} \\ \underline{15} \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 20} \\ \underline{15} \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 20} \\ \underline{15} \quad (3) \end{array}$$

⋮

$$\therefore 0,55 = 0,23_{(5)}$$

iv) $0,12_{(5)}$ a base 6

$$0,12_{(5)} = \frac{12_{(5)}}{44_{(5)}} = \frac{7}{24}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 24} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 24} \\ \underline{18} \quad (1) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 24} \\ \underline{12} \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 24} \\ \underline{0} \quad (3) \end{array}$$

$$\therefore 0,12_{(5)} = 0,143_{(6)}$$

v) $0,32_{(6)}$ a base 9

$$0,32_{(6)} = \frac{32_{(6)} - 3}{50_{(6)}} = \frac{17}{30}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 30} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 153 \overline{) 30} \\ \underline{3} \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 30} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \overline{) 30} \\ \underline{3} \quad 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 30} \\ \underline{0} \end{array}$$

⋮

$$\therefore 0,32_{(6)} = 0,508_{(9)}$$

OBSERVACIÓN

En una igualdad de avales:

- A mayor parte aval le corresponde mayor base
- A menor parte aval le corresponde menor base.
- Las partes enteras son iguales y las partes avales también son iguales.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una fracción $\frac{a}{b}$ disminuida en sus $\frac{3}{5}$ es igual a $\frac{3}{5}$, además a y b son coprimos. Entonces a+b es igual a:
 A) 4 B) 5 C) 6
 D) 3 E) 7
2. ¿Cuántas fracciones cuyo denominador es 24, están comprendidas entre $\frac{3}{20}$ y $\frac{13}{30}$?
 A) 6 B) 7 C) 8
 D) 9 E) 10
3. Determine la suma de los valores que puede tomar "x", sabiendo que $\frac{x}{18}$ es una fracción propia mayor que $\frac{5}{12}$.
 A) 100 B) 105 C) 110
 D) 115 E) 125
4. Calcule la suma de valores de n+2, para que $F = \frac{n^2 + 107n}{n+2}$, también sea entero, si: $n = 2 + 1$.
 A) 188 B) 189 C) 190
 D) 191 E) 192
5. Calcule el valor de "x", si:
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{x} = \frac{24}{25}$
 A) 480 B) 560 C) 600
 D) 650 E) 720
6. Encontrar una fracción equivalente a $\frac{24}{40}$, tal que la suma de los cuadrados de sus términos es 1 666. Dé como respuesta la suma de las cifras del numerador.
 A) 3 B) 4 C) 6
 D) 7 E) 8
7. Un microbús parte con cierto número de pasajeros. En el primer paradero baja la quinta parte, en el segundo paradero suben 40 pasajeros, en el tercero bajan $\frac{3}{8}$ de los que lleva, en el cuarto suben 35 pasajeros y en el trayecto al quinto deja los $\frac{7}{9}$ de los que lleva; llegando al final con 30 pasajeros. ¿Cuántos pasajeros habían al inicio?
 A) 120 B) 100 C) 150
 D) 180 E) 210
8. En un recipiente se tiene 84 litros de vino. Se extraen los $\frac{3}{7}$ y se reemplaza con agua, luego se extrae $\frac{1}{3}$ de la mezcla y se reemplaza con agua. Finalmente se extraen los $\frac{3}{8}$ de la nueva mezcla y se vuelve a reemplazar con agua. ¿Cuántos litros de vino puro quedan en el recipiente?
 A) 24 B) 20 C) 48
 D) 32 E) 36

9. Un tanque puede ser llenado por la cañería A en 6 horas y vaciado por otra cañería B en 8 horas. Se abren ambas cañerías durante 2 horas, luego se cierra B y A continúa abierta por 3 horas; al final de las cuales se reabre B. ¿Cuántas horas después de la reapertura de B tarda en llenarse el tanque?

A) 3 B) 10 C) 11
D) 8 E) 12

10. Dos caños alimentan un estanque. El primero puede llenarlo en 50 horas y el segundo en 40 horas. Se deja correr el primero durante 15 horas y después el segundo durante 16 horas. Enseguida se retiran 900 litros y luego se abren las dos llaves constatándose que el estanque termina por llenarse en 10 horas. ¿Cuál es la capacidad del estanque?

A) 3 000 B) 6 000 C) 8 000
D) 4 000 E) 9 000

11. Cuántas cifras periódicas origina:

$$F = \frac{32}{111 \times 41}$$

A) 3 000 B) 6 000 C) 8 000
D) 4 000 E) 9 000

12. Calcule $m+n$, si se cumple:

$$\frac{n}{25} + \frac{m}{37} = 0,89945$$

A) 24 B) 25 C) 26
D) 27 E) 28

13. Calcule la última cifra del periodo generado por la fracción $\frac{19}{73}$, sabiendo que genera un decimal periódico puro.

A) 9 B) 1 C) 5
D) 7 E) 3

14. Si la fracción irreducible $F = \frac{N}{ab}$

genera el decimal $0,\overline{abcd}$, calcule:
 $N + a + b + c + d$

A) 16 B) 55 C) 69
D) 71 E) 75

15. Escribir "E" con base 5 y calcule su cifra de orden - 48 si:

$$E = \frac{2}{10} + \frac{7}{100} + \frac{2}{1000} + \frac{7}{10000} + \dots$$

A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

16. Calcule cuántas cifras no periódicas origina:

$$\frac{800}{31! - 21!}$$

A) 18 B) 13 C) 10
D) 5 E) 2

17. Calcule el valor de "a", si se cumple:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} + \dots = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$$

A) $\frac{23}{17}$ B) $\frac{40}{23}$ C) $\frac{17}{40}$
D) $\frac{17}{23}$ E) $\frac{40}{17}$

18. Si se cumple:

$$\overline{abc}, 32_{(8)} = 342, xyzmn_{(6)}, \text{ calcule:}$$

$$M = (x + y + z + m + n) - (a + b + c)$$

- A) 6 B) 11 C) 7
D) 10 E) 13

19. calcule una fracción propia e irreducible, sabiendo que convertido en decimal sus cifras están en progresión aritmética creciente cuya diferencia común es 2, además el denominador es 37. Dé como respuesta el numerador.

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

20. Cuáles son las 2 últimas cifras del periodo que origina la fracción:

$$F = \frac{67}{(523)^{123}}$$

- A) 77 B) 79 C) 97
D) 89 E) 99

21. A una fracción propia de términos consecutivos, le sumamos 2 unidades al numerador y al denominador, obteniendo una nueva fracción que excede en $\frac{1}{12}$ a la fracción original. Halle la fracción original.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{7}$

22. Halle una fracción equivalente a $\frac{7}{12}$, sabiendo que el valor de la fracción no se altera si al término menor le sumamos 70 y al otro se le multiplica por 3.

- A) $\frac{21}{36}$ B) $\frac{28}{48}$ C) $\frac{42}{72}$
D) $\frac{35}{60}$ E) $\frac{56}{96}$

23. ¿Cuántas de las siguientes relaciones de orden son correctas?

i) $\frac{3}{4} > \frac{8}{12}$ ii) $\frac{17}{116} < \frac{15}{58}$ iii) $\frac{6}{7} < \frac{5}{6}$

iv) $\frac{3}{8} > \frac{5}{12}$ v) $\frac{29}{105} > \frac{6}{21}$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

24. Después de cobrar mi sueldo, lo destiné a pagos de la siguiente manera:

$\frac{1}{2}$ para alimentación y vestido.

$\frac{1}{3}$ del resto para cancelar los recibos de luz y agua.

$\frac{2}{5}$ del nuevo resto para el pago de honorarios de la secretaria personal.

Si me quedó S/. 280, ¿qué parte, de lo que he pagado en total, es lo que me quedó?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

25. De un depósito lleno de agua se extrae la sexta parte. ¿Qué fracción del resto debe volverse a extraer para que queden sólo los $\frac{3}{5}$ de su capacidad inicial?

A) $\frac{18}{5}$ B) $\frac{18}{25}$ C) $\frac{7}{25}$
D) $\frac{22}{25}$ E) $\frac{7}{30}$

26. Un operario se compromete a hacer una obra en $\frac{12}{5}$ días, un segundo operario en 3 días y un tercer operario en 4 días. Se contratan los tres operarios para que hagan la obra trabajando a la vez. ¿Cuántos días se demoraron?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 12 E) 15

27. Un caño puede llenar un depósito en 3 horas y otro caño lo puede hacer en 4 horas. Estando el depósito vacío se abren los dos caños a la vez. ¿Qué tiempo en horas deberá transcurrir para que el depósito contenga agua en los $\frac{3}{4}$ de su capacidad?

A) $1\frac{5}{7}$ B) $1\frac{3}{7}$ C) $1\frac{2}{7}$
D) $1\frac{4}{7}$ E) $2\frac{1}{7}$

28. Simplifique:

$$\left(\frac{3,555... - 1,8333...}{9,777... - 6,444...} \times \frac{1}{71} \right) \div \left(\frac{3,1 \times 0,1010101...}{2,151515...} \right)$$

A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{12}{4}$
D) $\frac{12}{3}$ E) $\frac{20}{4}$

29. Calcule $a+b$, si $\frac{a}{b} = 2,0945945945....$
y $500 < a-b < 600$.

A) 1 374 B) 1 603 C) 916
D) 1 145 E) 2 002

30. Sean a y b enteros positivos. Halle el menor valor de $a+b$, si

$$\frac{a}{4} + \frac{b}{3} = 1,91666...$$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

31. Determine cuántas fracciones propias e irreducibles de numerador 110 existen tales que sean mayores que $\frac{23}{37}$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 11

32. Las dimensiones de un ladrillo en forma de paralelepípedo son $\frac{24}{25}$ dm, $\frac{8}{15}$ dm y $\frac{16}{35}$ dm, respectivamente.

¿Cuántos ladrillos, como mínimo, se tendrán que utilizar para formar un cubo compacto?

A) 120 B) 3600 C) 3780
D) 3800 E) 4800

33. Calcule $m + n + p + q$, dado que:

$$\frac{17}{mn} + \frac{pq}{19} = m + q$$

- A) 20 B) 21 C) 13
D) 23 E) 24

34. María Alejandra tiene M soles, pero jugando ajedrez pierde los $\frac{3}{10}$ de lo que no pierde. Luego juega ludo y recupera $\frac{3}{17}$ de lo que le quedaba, con lo que se percata de que si ganara S/.63 más habrá recuperado todo lo perdido. Halle M.

- A) S/.663 B) S/.6660 C) S/.442
D) S/.440 E) S/.450

35. Se cumple que:

$$0,\overline{ababab} \dots_5 = 0,(2a)b(2a)b \dots_7$$

Halle: $a \times b$

- A) 6 B) 8 C) 3
D) 4 E) 2

36. Si se cumple que $\frac{29}{ab} = 0,\overline{cd}$

determine el valor $a + b + c$.

- A) 5 B) 6 C) 10
D) 8 E) 9

37. ¿Cuál será la última cifra del periodo

$$\text{de } E = \frac{1}{3^{29}} ?$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

38. Determine cuántas fracciones existen entre 1 y $\frac{47}{30}$ tal que origine un decimal periódico mixto, con 2 cifras periódicas y 5 como cifra no periódica.

- A) 58 B) 59 C) 60
D) 61 E) 62

39. Si $0,\overline{mn} = \frac{n-5}{6}$ y $0,\overline{nm} = \frac{5m+6}{18}$ halle la tercera cifra decimal que resulta al sumarlos.

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

40. Si se sabe que:

$$0,\overline{ab}_{(4)} = 0,\overline{bac}_{(6)} = \frac{p}{q}, \text{ y además}$$

que p y q son PESI, calcule:

$$a + b + c + p + q$$

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

41. Si $0,\overline{ab}_{(5)} = 0,\overline{cb}_{(7)}$, calcule la suma de valores de $(a+b+c)$.

- A) 23 B) 24 C) 25
D) 26 E) 27

42. Sea $\frac{a}{b}$ el menor número irracional

irreducible mayor que $\frac{5}{12}$ tal que al

sumar "n" veces el denominador al numerador y "n" veces el numerador al denominador se obtiene el número 2. Halle el valor de: $a+b$

- A) 14 B) 25 C) 27
D) 10 E) 24

43. ¿Cuántas fracciones propias, positivas e irreducibles con denominador 180 existen?

A) 46 B) 47 C) 48
D) 49 E) 50

44. Si las siguientes fracciones:

$$\frac{19}{K+21}, \frac{20}{K+22}, \frac{21}{K+23}, \dots, \frac{91}{K+93}$$

son irreducibles, halle el menor valor de "K".

A) 89 B) 91 C) 94
D) 95 E) 97

45. Sea una fracción equivalente a $\frac{447}{1192}$ tal que sus términos sean los menores posibles. Si la suma de sus términos es $\frac{0}{9}$ y la diferencia de sus términos es $\frac{0}{55}$, halle la suma de cifras del denominador.

A) 18 B) 9 C) 21
D) 22 E) 36

46. Una fracción f está ubicada entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$. Si la distancia en la recta numérica de f a la primera fracción es el doble que la distancia de f a la segunda fracción, halle una fracción equivalente a f , tal que la suma de sus términos sea 260.

A) $\frac{90}{170}$ B) $\frac{104}{156}$ C) $\frac{70}{190}$
D) $\frac{71}{189}$ E) $\frac{80}{180}$

47. Sea $\frac{a}{b}$ una fracción equivalente a $\frac{11}{30}$.

Si la diferencia positiva de los términos de $\frac{a}{b}$ es múltiplo de 13,

halle el menor valor de $(a+b)$.

A) 143 B) 390 C) 1599
D) 1066 E) 533

48. Determine cuántas fracciones propias e irreducibles de numerador de 110 existen, tales que sean mayores que $\frac{23}{37}$.

A) 24 B) 20 C) 14
D) 25 E) 23

49. ¿Cuál es la menor cantidad entera que debe agregarse a los términos de la fracción $\frac{4}{7}$ para que la fracción resultante esté comprendida entre 0,7 y 0,75?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

50. Mabel compra una determinada cantidad de manzanas, la mitad del total a 5 por 6 soles y la otra mitad restante a 6 por 7 soles. Vende los $\frac{3}{5}$ del total de manzanas que compró a 3 por 5 soles, y el resto a 4 por 7 soles. Si gana en total 1240 soles, halle el doble del número de manzanas que ha vendido.

A) 4400 B) 5600 C) 2400
D) 3600 E) 4800

51. Tengo un vaso lleno de gaseosa, bebo la cuarta parte, luego bebo $\frac{1}{6}$ de lo que me queda. ¿Qué fracción de lo que me queda debo volver a beber para que finalmente quede $\frac{1}{7}$ del contenido inicial?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{2}{21}$ C) $\frac{3}{14}$
D) $\frac{8}{35}$ E) $\frac{27}{35}$

52. El padre de Miguel repartió su herencia de la siguiente forma: $\frac{1}{4}$ de la herencia al Instituto del Bienestar del Niño, $\frac{1}{5}$ de la herencia a la Sociedad

Protectora de Animales, $\frac{1}{2}$ de la herencia a su madre y el resto para Miguel. Como Miguel no estuvo conforme con el reparto, cada uno de los restantes beneficiarios le dio 1000 dólares, resultando con igual cantidad de lo que le quedó al primer beneficiario. ¿Cuánto recibió Miguel en total?

A) \$2500 B) \$1000 C) \$6000
D) \$3000 E) \$4000

53. Un caño llena un tanque vacío en 4 horas y otro llena el mismo tanque en 12 horas. Si se abren ambos caños a la vez estando el tanque vacío, ¿en cuántas horas se llenará el tanque?

A) 4 B) 1 C) 1,5
D) 2 E) 3

54. Si gasté $\frac{2}{3}$ de lo que no gasté, luego regalé $\frac{1}{5}$ de lo que no regalé, finalmente perdí los $\frac{2}{3}$ de lo que no perdí quedándome aún \$1800. ¿Cuánto tenía el inicio?

A) \$6000 B) \$1200 C) \$10800
D) \$7600 E) \$9060

55. Los $\frac{3}{8}$ de la longitud de un poste están pintados de color plomo, $\frac{1}{5}$ del resto de color verde y los 4 metros restantes de color amarillo. ¿Cuál es la longitud del poste?

A) 3m B) 4m C) 6m
D) 10m E) 8m

56. Un alambre se dilata en un proceso de manufactura: $\frac{1}{3}$ de su longitud la primera vez; $\frac{1}{4}$ de su nueva longitud la segunda vez; $\frac{1}{5}$ de su nueva longitud la tercera vez y así sucesivamente. Después de 20 procesos mide 690 metros. ¿Cuál fue la longitud inicial?

A) 88m B) 90m C) 89m
D) 91m E) 92m

57. Halle la diferencia del número de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por $\frac{1}{3608}$.

A) 4 B) 2 C) 5
D) 7 E) 6

58. Si la fracción $\frac{148}{2^a \cdot 5^b \cdot 3^{37}}$ genera un número decimal periódico mixto con tres cifras en la parte no periódica, halle el mayor valor de $(\alpha + \beta)$
- A) 10 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8
59. Halle la suma de las dos últimas cifras del periodo del número decimal generado por la fracción $\frac{14}{14! + 1}$.
- A) 12 B) 14 C) 10
D) 17 E) 9
60. ¿Cuánto le falta a la fracción generatriz de $0,62_8$ para ser igual a la fracción generatriz de $0,34_5$?
- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{1}{96}$ C) $\frac{1}{32}$
D) $\frac{5}{48}$ E) $\frac{1}{16}$
61. Si: $\frac{\overline{abc}}{\overline{ab}} = \overline{a(c-7)}$, de:
halle el valor de $(a+b+c+d+e)$.
- A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18
62. Si la fracción $\frac{2}{ab+2}$ genera un número decimal periódico puro de la forma $0,\overline{0ba}$, halle el valor de $(a+b)$
- A) 11 B) 10 C) 9
D) 8 E) 7
63. Si: $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = 0,\overline{cdcef}$ y $\overline{ab} + \overline{cd} = 58$
halle el valor de $(e+f)$
- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12
64. Si: $0,a\overline{b}_{(6)} + 0,b\overline{a}_{(6)} = 1,\overline{2}_{(6)}$
halle el número de cifras de la parte periódica del número decimal generado por la fracción $\frac{1}{(a+b)!}$.
- A) 3 B) 5 C) 7
D) 6 E) 4
65. Si: $\frac{1}{7} = \frac{5}{n^2} + \frac{5}{n^4} + \frac{5}{n^6} + \dots$
halle el valor de n .
- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
66. Si: $0,35\overline{2}_{(8)} = 0,3\overline{1}_{(n)}$, halle el valor de n .
- A) 9 B) 6 C) 7
D) 5 E) 8
67. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes proposiciones.
- I. $\bigcup_{i=1}^n \left[\frac{n}{1} \right] = \mathbb{Z}; \forall n \in \mathbb{Z}$
- II. Si $\frac{a}{b} \in \left[\frac{48}{64} \right]$ y $a^2 + b^2 = 1225$,
el valor de $a=21$
- III. $\left[\frac{35}{91} \right] \cap \left[\frac{65}{169} \right] \neq \emptyset$
- A) FVV B) VFV C) VVV
D) VFF E) VVF

68. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. $[(a;b)] = [(c;d)] \Leftrightarrow (a;b) - (c;d)$

II. Si $(p;q) \notin [(a;b)] \Leftrightarrow (p;q)$
y $(a;b)$ no son equivalentes.

III. $[(2;3)] + [(4;5)] = [(66;45)]$

- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) Ninguna E) Todas

69. Una fracción irreducible tiene como propiedad que si al sumar 5 unidades a su numerador y 9 unidades a su denominador, la fracción no cambia de valor. Calcule la suma de los términos de la fracción.

- A) 14 B) 27 C) 33
D) 55 E) 44

70. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles de términos naturales, pero cuyo denominador es 5! existen?

- A) 27 B) 28 C) 30
D) 32 E) 36

71. Si: $\frac{aba}{bcb}$ y $\frac{a}{b}$ pertenecen a $\left[\frac{2}{3}\right]$;
el valor de $a + b + c$ es:

- A) 7 B) 9 C) 10
D) 17 E) 19

72. Calcule la suma de los denominadores de 2 fracciones irreducibles si los numeradores son iguales a 4 y el MCD de sus denominadores es 3. Se sabe además que la suma de dichas fracciones es $\frac{32}{45}$.

- A) 21 B) 24 C) 30
D) 18 E) 27

73. Si $\frac{17}{ab} + \frac{cd}{19} = a + d$, donde las dos fracciones mencionadas son irreducibles. Calcule cuántas fracciones comprendidas entre $\frac{ab}{43}$ y $\frac{cd}{29}$ son tales que sus términos son números consecutivos.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

74. ¿Para cuántos valores positivos de m menores que 25 la fracción $f = \frac{m^2 + 32m}{m + 2}$ es irreducible?

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

75. ¿Cuántas fracciones equivalentes a $\frac{195}{273}$ cumplen que el producto de sus términos es divisible por 9 y la diferencia es múltiplo de 7 si el denominador es menor de 700?

- A) 8 B) 3 C) 2
D) 5 E) 4

76. Dada la expresión $M = \frac{x - \sqrt{y}}{z}$;
con x; y; z pertenecientes al conjunto de los naturales. Si M expresado en fracciones continuas se representa como $[2;1;3]$.

Calcule $(x + y - z)$.

- A) 28 B) 29 C) 36
D) 38 E) 41

77. Sabiendo que $[y, x, w, z] = \frac{ab}{cde}$
además una fracción equivalente a

$$\frac{485}{2037} \text{ es } \frac{zwy}{xy32}$$

Calcule $(a+b+c+d+e)$

- A) 18 B) 20 C) 23
D) 31 E) 42

78. ¿Cuál será la superficie de un rectángulo (en m^2), sabiendo que aumentando una de sus dimensiones en sus $\frac{2}{9}$ y la otra en sus $\frac{3}{11}$, la superficie aumenta en 1400 metros cuadrados.

- A) 4200 B) 4600 C) 4800
D) 2000 E) 2520

79. De un barril que tiene 20L de agua y nL de vino se extrae $\frac{1}{4}$ de la mezcla y se reemplaza por agua, luego se extrae $\frac{1}{5}$ de la nueva mezcla y también se reemplaza por agua. Si al final quedan 48L de vino, halle el contenido inicial del barril.

- A) 80l B) 60l C) 100l
D) 90l E) 120l

80. Carlos va a un centro de cómputo con S/.N. Compró tinta para su impresora y gastó $\frac{2}{3}$ de lo que no gastó, luego compró una memoria USB gastando $\frac{2}{7}$ del dinero que le quedaba más S/.40; finalmente, se compró un programa que pagó con $\frac{1}{5}$ del dinero que le quedaba menos S/.2. Si al final le sobró S/.30, halle la suma de cifras de N.

- A) 21 B) 24 C) 30
D) 18 E) 27

81. Los caños A y B juntos pueden llenar una cisterna en 3,6h. Se sabe que B llena la cisterna en 3 horas más que A si funcionan solos. ¿En cuánto tiempo llenarán los 2 caños juntos otra cisterna vacía del mismo volumen que tiene un orificio por donde sale el agua, el cual demoraría 18 horas en vaciar toda la cisterna si estuviera llena?

- A) 4 horas
B) 3 horas y media
C) 4 horas y media
D) 3 horas y 25 minutos
E) 5 horas y media

82. Se tiene una viga de madera de $7\frac{1}{2}$ m de largo; 6,25m de ancho y 6,6m de altura. Si se divide en cubos iguales cuyas aristas están comprendidas entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{7}$. ¿Cuál es la medida de dicha arista (en metros)?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{5}{24}$ C) $\frac{5}{18}$

- D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{6}$

83. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. Los números decimales exactos son generados por las fracciones ordinarias.
II. Los números decimales inexactos son generados por las fracciones ordinarias que no pueden convertirse a fracciones decimales y por lo números irracionales.
III. La unión de los números racionales e irracionales es el conjunto de los número reales.

- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y II E) I, II y III

84. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes proposiciones:

I. Si $\frac{75}{k} = 0,\overline{a0bc5}$,

entonces $a+b+c=18$

II. Si $\frac{1m}{n} = 2,\overline{1abcdn}$

entonces $a+b+c+d+n+m=31$

III. Si $0,\overline{ab_5} \times 0,\overline{ba_5} = 0,364$

entonces $a \times b = 6$

- A) VVV B) FFV C) FFF
D) FVV E) VFV

85. Si $\frac{29}{ab} = 0,\overline{bca}$. Calcule $a+b+c$.

- A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

86. Si $\frac{a}{bc} = 0,\overline{mn}$ y $\frac{c}{ab} = 0,\overline{pxyz}$,

calcule el valor de $a+b+c$

- A) 14 B) 15 C) 18
D) 16 E) 17

87. Sean x, y, z número naturales, donde

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{16} = 1,4375$$

¿Cuántas ternas $(x; y; z)$ solución se obtienen, en las cuales $z=3$?

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

88. Se sabe que

$$\frac{5}{a} = 0,\overline{abcmnp}; \quad \frac{x}{a} = 0,\overline{mnpabc}$$

Calcule $a+x$

- A) 8 B) 10 C) 7
D) 9 E) 12

89. Si la fracción irreducible $\frac{ab}{cb}$ genera

un decimal de la forma $0,\overline{(b-c)}$ de ,
calcule $a+b+c+d+e$

- A) 25 B) 26 C) 28
D) 24 E) 30

90. Si $\frac{GGA}{UGA} = 0,\overline{GAUSS}$; siendo la fracción propia e irreducible, determine $(G+A+U+S+S)$

- A) 28 B) 30 C) 32
D) 34 E) 36

91. Halle la última cifra significativa de la parte decimal originada por la siguiente fracción.

$$F = \frac{8000 \times 40 \times 2^{15}}{625 \times 8 \times 5^{413}}$$

- A) 5 B) 6 C) 2
D) 8 E) 4

92. Determine la última cifra de la parte decimal que genera la fracción $\frac{1}{80^{2011}}$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 5 E) 8

93. Determine en qué cifra termina el periodo de la fracción

$$f = \frac{16}{mn7^{453} \times xy3^{ab36}}$$

- A) 2 B) 5 C) 3
D) 7 E) 8

94. Los términos de una fracción propia e irreducible tienen por diferencia 10878, la fracción tiene 3 cifras en la parte no periódica y 6 cifras en la parte periódica; luego el numerador de dicha fracción es:

- A) 6692 B) 6632 C) 6697
D) 6987 E) 6997

95. Determine la suma de las cifras periódicas que genera la fracción

$$f = \frac{149}{813008130081300.....}$$

CEPREUNI2013(35) Cifras

- A) 16 B) 17 C) 20
D) 21 E) 23

96. La fracción irreducible (a, b) al expresar como un número decimal, genera un decimal periódico puro con una cifra en el periodo el cual es a . Si la fracción irreducible $(\overline{ba}, N)$ genera 6 cifras en el periodo, y a es el número de divisores propios de un número primo de 3 cifras, entonces el número de valor de N es:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

97. Determine la suma de las dos primeras cifras más las dos últimas cifras del periodo del decimal que genera $\frac{17}{19}$

- A) 11 B) 12 C) 29
D) 28 E) 17

98. Si $F = \frac{1}{9} + \frac{5}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \frac{5}{9^4} + \frac{1}{9^5} + \frac{5}{9^6} + \dots$

es una fracción irreducible, determine la suma de sus términos.

- A) 41 B) 45 C) 47
D) 50 E) 56

99. Si $0, \overline{a}, 0, \overline{(a-1)b}$, representa al número racional irreducible $\frac{p}{q}$, determine el menor valor de la suma de $(a+b+p+q)$

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 16

100. Se cumple que:

$$\overline{abc}, \overline{c2}_9 = (\overline{c-1})(\overline{c-1})_c, \overline{mnpq}_6$$

Calcule $(m+n+p+q) - (a+b+c)$

- A) 4 B) 13 C) 3
D) 2 E) 6

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolución 1: Dada la fracción: $\frac{a}{b}$ (a y b PESI)

Dato: $\frac{a}{b} - \frac{3\left(\frac{a}{b}\right)}{5} = \frac{3}{5}$

$$\frac{2\left(\frac{a}{b}\right)}{5} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Observe: $a = 3 \wedge b = 2$

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5$$

Rpta.: B

Resolución 2: Sea la fracción: $\frac{N}{24}$

Del enunciado: $\frac{3}{20} < \frac{N}{24} < \frac{13}{30}$

Multiplicando por 24: $3,6 < N < 10,4$

$$\rightarrow N: 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$$

$\therefore$ Existen 7 fracciones

Rpta.: B

Resolución 3: Dada la fracción: $\frac{x}{18}$

Como es propia: $x < 18$

Además: $\frac{x}{18} > \frac{5}{12} \rightarrow x > 7,5$

$$\rightarrow x: 8; 9; 10; 11; \dots; 17$$

$\therefore$ La suma de valores de x es:

$$8 + 9 + 10 + 11 + \dots + 17 = 125$$

Rpta.: E

Resolución 4:

Se tiene:

$$F = \frac{n^2 + 107n}{n+2} \wedge n = 2 + 1 (n: \text{impar})$$

$$F = \frac{n(n+2) + 105n}{n+2}$$

$$F = n + \frac{105n}{n+2}$$

Observe que n y $(n+2)$ son dos impares consecutivos, entonces son PESI.

Para que F sea entero, $(n+2)$ debe ser divisor de 105. Luego, la suma de valores de $(n+2)$ es igual a la suma de divisores de 105.

$$105 = 3 \times 5 \times 7 \quad (\text{D.C.})$$

$$\therefore SD_{105} = \frac{3^2-1}{3-1} \times \frac{5^2-1}{5-1} \times \frac{7^2-1}{7-1} = 192$$

Rpta.: B**Resolución 5:**

Se tiene:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{x} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{\underbrace{n(n+1)}_x} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{2-1}{1 \times 2} + \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \dots + \frac{(n+1)-n}{n(n+1)} = \frac{24}{25}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{n+1-1}{n+1} = \frac{24}{25} \rightarrow \frac{n}{n+1} = \frac{24}{25} \rightarrow n = 24$$

$$\therefore x = n(n+1) = 24 \times 25 = 600$$

Rpta.: C**Resolución 6:**

Dada la fracción:

$$f = \frac{24}{40} = \frac{3}{5} \rightarrow f_{eq} = \frac{3K}{5K}$$

Dato:

$$(3K)^2 + (5K)^2 = 1666$$

$$\rightarrow 9K^2 + 25K^2 = 1666$$

$$\rightarrow 34K^2 = 1666$$

$$K^2 = 49$$

$$K = 7$$

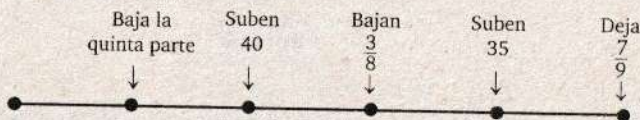
$$\rightarrow f_{eq} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$$

$$\therefore 2 + 1 = 3$$

Rpta.: A

Resolución 7: Número de pasajeros al inicio: N

Del enunciado:



Entonces:

$$\left[\left(N \cdot \frac{4}{5} + 40 \right) \cdot \frac{5}{8} + 35 \right] \cdot \frac{2}{9} = 30$$

$$\left(N \cdot \frac{4}{5} + 40 \right) \cdot \frac{5}{8} + 35 = 135$$

$$\left(N \cdot \frac{4}{5} + 40 \right) \cdot \frac{5}{8} = 100$$

$$N \cdot \frac{4}{5} + 40 = 160$$

$$N \cdot \frac{4}{5} = 120 \quad \therefore N = 150$$

Rpta.: C

Resolución 8: Volumen inicial de vino: 84 L

Cada vez que se extrae, se reemplaza con agua, el volumen total se mantiene igual. Luego quedará de vino puro:

$$84 \times \frac{4}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{8} = 20 \text{ litros}$$

Rpta.: B

Resolución 9: Consideremos el volumen del tanque: $V = \text{MCM}(6; 8) = 24$

El grifo "A" llena por hora: $\frac{24}{6} = 4$

El grifo "B" vacía por hora: $\frac{24}{8} = 3$

Luego:

A y B en 2 horas llenan: $2(4-3)=2$

A en 3 horas llena: $3 \cdot 4=12$

Van llenando: $2+12=14$

Falta llenar: $24-14=10$

Como van a funcionar A y B

$$\rightarrow x(4-3)=10 \quad \therefore x=10 \text{ horas}$$

Rpta.: B

Resolución 10:

Consideremos la capacidad del estanque: $V = \text{MCM}(50; 40) \cdot n = 200n$

El 1er caño llena por hora: $\frac{200n}{50} = 4n$

El 2do caño llena por hora: $\frac{200n}{40} = 5n$

El 1ero en 15h llena: $15(4n)=60n$
El 2do en 16h llena: $16(5n)=80n$ } Va llenando $140n$

Enseguida se retiran: 900L

Falta por llenar: $(60n+900)L$, lo cual lo llenarán los dos caños en 10h.

$$\rightarrow 10(4n+5n) = 60n+900$$

$$90n = 60n+900$$

$$30n = 900 \rightarrow n=30$$

$$\therefore \text{Capacidad: } 200 \times 30 = 6000L$$

Rpta.: B

Resolución 11:

Dada la fracción: $F = \frac{32}{111 \times 41} = \frac{32}{3 \times 37 \times 41} = 0, \overbrace{\dots\dots\dots}^x \text{ cifras}$

37 aparece por 1ra vez en 999
(3 cifras nueve)

41 aparece por 1ra vez en 99999
(5 cifras nueve)

Para que aparezcan el 37 y el 41 en $\overbrace{99\dots 99}^x$, entonces $x = \overset{3}{\wedge} \wedge x = \overset{5}{\wedge}$
x cifras
x lo menor posible.

$$\therefore x = \text{MCM}(3;5) = 15$$

Rpta.: D

Resolución 12: Se tiene:

$$\frac{n}{25} + \frac{m}{37} = 0,89945$$

$$\rightarrow \frac{37n + 25m}{25 \times 37} = \frac{89945 - 89}{99900}$$

Simplificando: $\rightarrow 37n + 25m = 832$

Respecto al módulo 25.

$$(25 + 12)n + 25 = 25 + 7$$

$$\rightarrow 12n = 25 + 7 = 25 - 18$$

$$\rightarrow 2n = 25 - 3 = 25 + 22$$

$$\rightarrow n = 25 + 11 \rightarrow n = 11$$

Luego:

$$37 \times 11 + 25m = 832 \rightarrow m = 17$$

$$\therefore m + n = 17 + 11 = 28$$

Rpta.: E

Resolución 13: Del texto:

$$\frac{19}{73} = 0, \overline{\dots x}$$

$$\rightarrow \frac{19}{73} = \frac{\overline{\dots x}}{99 \dots 99}$$

Efectuando:

$$19 \times 99 \dots 99 = 73 \times \overline{\dots x}$$

$$\dots 1 = 73 \times \overline{\dots x}$$

$$\therefore x = 7$$

Rpta.: D

Resolución 14: Del enunciado:

$$\frac{N}{ab} = 0, \overline{abcd}$$

Dicha fracción irreducible genera un decimal periódico mixto, con una cifra no periódica y 3 cifras periódicas.

$$\rightarrow \overline{ab} = 2 \times 27 = 54 \vee \overline{ab} = 2 \times 37 = 74$$

$$i) \frac{N}{54} = 0, \overline{54cd} = \frac{54cd - 5}{9990}$$

Efectuando: $5\overline{4cd} = 185N + 5$

No hay valor para "N" que satisfaga la igualdad.

$$\text{ii) } \frac{N}{74} = 0,74\overline{cd} = \frac{74\overline{cd} - 7}{9990}$$

Efectuando: $135N + 7 = 74\overline{cd}$

$$\begin{array}{r} \downarrow \downarrow \quad \quad \downarrow \downarrow \\ 55 \quad \quad 7432 \end{array}$$

$$\rightarrow N = 55 \quad a = 7 \quad b = 4 \quad c = 3 \quad d = 2$$

$$\therefore N + a + b + c + d = 71$$

Rpta.: D

Resolución 15: Se tiene:

$$E = \frac{2}{10} + \frac{7}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \dots$$

$$E = 0,27\overline{27} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

Debemos escribir "E" en base 5. Como 11 y 5 son PESI, genera un pentaval periódico mixto. Para halle el número de cifras periódicas:

$$5^n - 1 = \overline{11} \quad (n: \text{mínimo})$$

Cumple:

$$n = 5 \rightarrow 5^5 - 1 = \frac{3124}{11 \times 284} = \overline{11}$$

Luego:

$$E = \frac{3(284)}{11(284)} = \frac{852}{3124} = \frac{11402_5}{44444_5}$$

$$E = 0,11402_5$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -1 & -2 & -3 & -4 & -5 & -6 & -7 & -8 & -9 & -10 \\ E = 0,1 & 1 & 4 & 0 & 2 & 1 & 1 & 4 & 0 & 2 & \dots(5) \end{array}$$

$\therefore$ Como hay 5 cifras que se repetirán ordenada y periódicamente, su cifra aval de orden - 48 será 4

Rpta.: A

Resolución 16: Sea:

$$f = \frac{800}{31! \cdot 21!} = \frac{2^5 \times 5^2}{21! [22 \times \dots \times 31 - 1]}$$

Hallando los exponentes de los primos 2 y 5 contenidos en 21!

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \overline{) 5} \\ \rightarrow 4 \end{array}$$

$$\rightarrow 10 + 5 + 2 + 1 = 18$$

Ahora:

$$f = \frac{2^5 \times 5^2}{2^{18} \times 5^4 \times 3^x \times \dots [22 \times \dots \times 31 - 1]}$$

$$\rightarrow f = \frac{1}{2^{13} \times 5^2 \times 3^x \times [22 \times \dots \times 31 - 1]}$$

↓
Irreductible
No es múltiplo de 2 ni de 5.

Para decimales inexactos periódicos mixtos la cantidad de cifras no periódicas está dado por el mayor exponente, ya sea del primo 2 ó del primo 5 contenido en el denominador de la fracción irreductible.

∴ Cantidad de cifras no periódicas = 13

Rpta.: B

Resolución 17: Se tiene:

$$\underbrace{\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} + \dots}_{1 + \frac{1}{5}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{a}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{6}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{5}{6}}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1}{a}}{\frac{a-1}{a}} = 1 + \frac{1}{\frac{17}{6}} = 1 + \frac{6}{17} = \frac{23}{17}$$

$$\rightarrow \frac{1}{a-1} = \frac{23}{17} \rightarrow 17 = 23a - 23$$

$$\rightarrow 40 = 23a$$

$$\therefore a = \frac{40}{23}$$

Rpta.: B

Resolución 18: Por dato:

$$\overline{abc}_{32} = 342, \overline{xyzmn}_{(6)}$$

Se cumple:

$$\overline{abc}_8 = 342_6 = 3 \times 6^2 + 4 \times 6 + 2$$

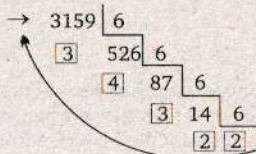
$$\overline{abc}_8 = 134 \rightarrow \begin{array}{r} 134 \overline{) 8} \\ \underline{96} \\ 38 \\ \underline{32} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\overline{abc}_8 = 206_8$$

$$\rightarrow a=2 \quad b=0 \quad c=6$$

Además: $0,32_8 = 0,\overline{xyzmn}_6 = \frac{32_8}{100_8} = \frac{26}{64} = \frac{13}{32}$

$$0,\overline{xyzmn}_6 = \frac{13}{32} = \frac{13 \times 3^5}{2^5 \times 3^5} = \frac{3159}{6^5}$$



$$0,\overline{xyzmn}_6 = \frac{22343_6}{100000_6} = 0,22343_6$$

$$x=2 \quad y=2 \quad z=3 \quad m=4 \quad n=3$$

Ahora:

$$M = (x+y+z+m+n) \cdot (a+b+c)$$

$$M = (2+2+3+4+3) \cdot (2+0+6)$$

$$\therefore M = 6$$

Rpta.: A

Resolución 19: Sea la fracción propia e irreducible: $\frac{N}{37}$

Puesto que 37 aparece por 1ra vez en 999 $\rightarrow$ se generan 3 cifras periódicas.

Luego: $\frac{N}{37} = 0,\overline{a(a+2)(a+4)}$

$$\frac{N}{37} = \frac{a(a+2)(a+4)}{999}$$

$$27N = \overline{a(a+2)(a+4)} = \overset{\circ}{9}$$

Aplicando el criterio por 9:

$$\rightarrow 3a+6 = \overset{\circ}{9} \rightarrow a+2 = \overset{\circ}{3}$$

$$\rightarrow a=1 \vee a=4$$

$$27N = \begin{cases} 135 \rightarrow N = 5 \checkmark \\ 468 \rightarrow N = \frac{52}{3} \times \end{cases}$$

$\therefore$ El numerador es 5.

Rpta.: C

Resolución 20:

$$F = \frac{67}{(523)^{123}} = 0,\overline{\dots xy}$$

$$\rightarrow \frac{67}{(523)^{123}} = \frac{\overline{\dots xy}}{99\dots 99}$$

$$\rightarrow 67 \times 99\dots 99 = (523)^{123} \times \overline{\dots xy}$$

$$\dots 33 = (523)^{123} \times \overline{\dots xy}$$

Observación:

$$523^{123} = \overline{\dots mn} = \frac{0}{100} + \overline{mn}$$

523 y 100 son PESI.

TEOREMA DE EULER $523^{\phi(100)} = \frac{0}{100} + 1$

$$\phi(100) = \phi(2^2 \times 5^2) = 2 \times 1 \times 5 \times 4 = 40$$

$$\rightarrow 523^{40} = \frac{0}{100} + 1 \rightarrow 523^{40K} = \frac{0}{100} + 1 \quad \text{Donde: } K \in \mathbb{Z}^+$$

Luego:

$$523^{120} \cdot 523^3 = \frac{0}{100} + \overline{mn}$$

$$\rightarrow \underbrace{523^{40 \times 3}} \cdot \underbrace{523^3} = \frac{0}{100} + \overline{mn}$$

$$\underbrace{\left(\frac{0}{100} + 1\right) \left(\frac{0}{100} + 67\right)} = \frac{0}{100} + \overline{mn}$$

$$\underbrace{\frac{0}{100} + 67}_{= \frac{0}{100} + \overline{mn}}$$

Reemplazando:

$$\dots 33 = \dots 67 \times \overline{\dots xy}$$

Ahora:

$$\dots 67 \times \text{Observe:}$$

$$\frac{\overline{\dots xy}}{\dots 03} \cdot y \times 7 = \dots 3$$

$$\dots 03 \quad y = 9$$

$$\dots 3 \quad .9 \times 6 + 6 = 60$$

$$\vdots$$

$$\dots 33 \quad .x \times 7 = \dots 3$$

$$x = 9$$

∴ Las 2 últimas cifras del periodo son 99.

Rpta.: E

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 12

Resolución 21: Sea la fracción original: $\frac{a}{a+1}$ (Propia y términos consecutivos)

Dato:

$$\frac{a+2}{a+3} - \frac{a}{a+1} = \frac{1}{12}$$

$$\rightarrow \frac{a^2+3a+2-a^2-3a}{a^2+4a+3} = \frac{1}{12}$$

$$\rightarrow 24 = a^2 + 4a + 3$$

$$\rightarrow a^2 + 4a + 21 = 0$$

$$\begin{array}{c} a \quad \quad 7 \\ \quad \uparrow \\ a \quad \quad -3 \end{array}$$

Sólo: $a=3$

$$\therefore \text{Fracción original: } \frac{3}{4}$$

Rpta.: D

Resolución 22: Sea la fracción:

$$\frac{7K}{12K}$$

Dato:

$$\frac{7K+70}{(12K)3} = \frac{7}{12}$$

$$\rightarrow \frac{7(K+10)}{(12K)3} = \frac{7}{12}$$

Simplificando:

$$\frac{K+10}{3K} = 1$$

$$\rightarrow K+10 = 3K \rightarrow 10 = 2K \rightarrow K = 5$$

$$\therefore \text{La fracción es: } \frac{7 \times 5}{12 \times 5} = \frac{35}{60}$$

Rpta.: D

Resolución 23: i) $\frac{3}{4} > \frac{8}{12}$ Veamos: $3 \times 12 > 4 \times 8$

$$\rightarrow \frac{3}{4} > \frac{8}{12} \quad (V)$$

$$\text{ii) } \frac{17}{116} < \frac{15}{58} \rightarrow \frac{17}{116} < \frac{30}{116} \quad (V)$$

$$\text{iii) } \frac{6}{7} < \frac{5}{6} \rightarrow 6 \times 6 < 7 \times 5 \quad (F)$$

$$\text{iv)} \quad \frac{3}{8} > \frac{5}{12} \rightarrow \frac{9}{24} > \frac{10}{24} \quad (\text{F})$$

$$\text{v)} \quad \frac{29}{105} > \frac{6}{21} \rightarrow \frac{29}{105} > \frac{30}{105} \quad (\text{F})$$

∴ Hay 2 correctas

Rpta.: B

Resolución 24: Sea el sueldo: S/. N

Según el enunciado: $(N) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{280} \text{ Quedó}$

$$\rightarrow N = 1400$$

$$\rightarrow \text{Pagué: } 1400 \cdot 280 = 1120$$

$$\therefore \frac{280}{1120} = \frac{1}{4}$$

Rpta.: A

Resolución 25: Sea el volumen del depósito: V

Si se extrae $\frac{1}{6}$ entonces nos queda $\frac{5}{6}$.

$$\text{Luego:} \quad \frac{5V}{6} - f \left(\frac{5V}{6} \right) = \frac{3}{5} (V)$$

Multiplico por 30.

$$\rightarrow 25 - 25f = 18$$

$$25f = 7$$

$$\therefore f = \frac{7}{25}$$

Rpta.: C

Resolución 26: 1er operario demora: $\frac{12}{5}$ días.

$$\rightarrow \text{En 1 día hace } \frac{5}{12} \text{ de la obra.}$$

2do operario demora: 3 días.

$$\rightarrow \text{En 1 días hace } \frac{1}{3} \text{ de la obra.}$$

3er operario demora: 4 días.

→ En 1 día hace $\frac{1}{4}$ de la obra.

$$\text{Los 3 harán en un día: } \frac{5}{12} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5+4+3}{12} = 1$$

∴ Toda la obra la harán en 1 día.

Rpta.: A

Resolución 27:

El 1er caño llena en $1h: \frac{1}{3}$ del volumen.

El 2do caño llena en $1h: \frac{1}{4}$ del volumen.

Sea "t" el tiempo que transcurre para que ambos llenen $\frac{3}{4}$ de dicho volumen.

$$\rightarrow \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)t = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{7}{12}t = \frac{3}{4}$$

$$\therefore t = \frac{9}{7} \rightarrow 1\frac{2}{7} \text{ Horas}$$

Rpta.: C

Resolución 28:

$$E = \left(\frac{3,555... - 1,8333...}{9,777... - 6,444...} \right) \times \frac{1}{71} \div \left(\frac{3,1 \times 0,101010...}{2,151515...} \right)$$

$$E = \left(\frac{3,5 - 1,8\bar{3}}{9,7 - 6,4} \times \frac{1}{71} \right) \div \left(\frac{3,1 \times 0,1\bar{0}}{2,1\bar{5}} \right)$$

$$E = \left(\frac{\frac{35-3}{9} - \frac{183-18}{64-6}}{9} \times \frac{1}{71} \right) \div \left(\frac{\frac{31}{10} \times \frac{10}{99}}{\frac{215-2}{99}} \right)$$

$$E = \left(\frac{\frac{32}{9} - \frac{165}{58}}{9} \times \frac{1}{71} \right) \div \left(\frac{\frac{31}{99}}{\frac{213}{99}} \right)$$

$$E = \left(\frac{\frac{155}{90}}{\frac{30}{9}} \right) \times \frac{1}{71} \div \frac{31}{213}$$

$$E = \frac{31}{60} \times \frac{1}{71} \div \frac{31}{213}$$

$$E = \frac{31}{60 \times 71} \times \frac{213}{31}$$

$$\therefore E = \frac{1}{20}$$

Rpta.: B

Resolución 29:

Datos:

$$\frac{a}{b} = 2,0945945... = 2,0\overline{945}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{20945 - 20}{9990} = \frac{20925}{9990}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{155}{74} \rightarrow \begin{matrix} a = 155K \\ b = 74K \end{matrix}$$

$$500 < a - b < 600$$

$$500 < 81K < 600$$

Sólo: $K=7$

$$\rightarrow a = 155 \times 7 = 1085$$

$$b = 74 \times 7 = 518$$

$$\therefore a + b = 1603$$

Rpta.: B

Resolución 30:

Del enunciado:

$$\{a, b\} \subset \mathbb{Z}^+$$

Además:

$$\frac{a}{4} + \frac{b}{3} = 1,91666...$$

$$\frac{a}{4} + \frac{b}{3} = 1,91\hat{6}$$

$$\frac{3a + 4b}{12} = \frac{1916 - 191}{900} = \frac{1725}{900}$$

Simplificando:

$$3a + 4b = 23$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$1 \quad 5 \rightarrow a + b = 6$$

$$5 \quad 2 \rightarrow a + b = 7$$

$$\therefore (a + b)_{\min} = 6$$

Rpta.: B

Resolución 31: Sea la fracción propia e irreducible: $\frac{N}{110}$. $N < 110$
 $\frac{N}{110}$. N y 110 PESI

Dato: $\frac{N}{110} > \frac{23}{37}$

$$\rightarrow 37N > 2530 \rightarrow N > 68, \dots$$

Como N es PESI con 110

$$\rightarrow N \neq 2^0 \wedge N \neq 5^0 \wedge N \neq 11^0$$

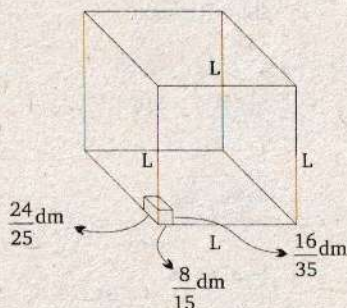
Luego

$$N: 69; 71; 73; 79; 81; 83; 87; 89; 91; \\ 93; 97; 101; 103; 107; 109$$

$\therefore$ Hay 15 fracciones.

Rpta.: D

Resolución 32: Del enunciado:



L: Arista del cubo

L: Mínimo

L: Múltiplo Común de $\frac{24}{25}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{16}{35}$

Luego:

$$L = \text{MCM} \left(\frac{24}{25}; \frac{8}{15}; \frac{16}{35} \right)$$

$$L = \frac{\text{MCM}(24; 8; 16)}{\text{MCD}(25; 15; 35)} = \frac{48}{5}$$

$$\therefore \text{N}^\circ \text{ Ladrillos: } \frac{\text{Volumen del cubo}}{\text{Volumen del ladrillo}} = \frac{\left(\frac{48}{5} \right)^3}{\frac{24}{25} \times \frac{8}{15} \times \frac{16}{35}} = 3780$$

Rpta.: C

Resolución 33: Dato: $\frac{17}{mn} + \frac{pq}{19} = m + q$

Observación: $(m+q) \in \mathbb{Z} \rightarrow$ POR PROPIEDAD:

$$\overline{mn} = 19 \rightarrow m=1 \wedge n=9$$

Luego: $\frac{17}{19} + \frac{pq}{19} = 1 + q$

$$17 + (10p + q) = 19 + 19q$$

$$\rightarrow 10p = 2 + 18q \rightarrow 5p = 1 + 9q$$

$$\begin{array}{ccc} & \downarrow & \downarrow \\ & 2 & 1 \end{array}$$

$$\therefore m+n+p+q = 1+9+2+1 = 13$$

Rpta.: C

Resolución 34: Tiene: S/. M

Dato: (PIERDE) = $\frac{3}{10}$ (NO PIERDE)

$$\rightarrow \frac{\text{PIERDE}}{\text{NO PIERDE}} = \frac{3(K)}{10(K)} \rightarrow M = 13K$$

Al jugar LUDO recupera: $\frac{3}{17} 10(K)$

Además: $10K + \frac{3}{17} (10K) + 63 = 13K$

$$\rightarrow \frac{20}{17} (10K) + 63 = 13K$$

$$63 = 13K - \frac{200K}{17}$$

$$63 = \frac{21K}{17} \rightarrow K = 51$$

$$\therefore M = 13 \times 51 = 663$$

Rpta.: A

Resolución 35:

$$0,\overline{ababab\dots}_5 = 0,\overline{(2a)b(2a)b\dots}_7$$

$$0,\overline{ab}_5 = 0,\overline{(2a)b}_7$$

$$\frac{\overline{ab}_5}{44_5} = \frac{(2a)b_7}{66_7} \rightarrow \frac{\overline{ab}_5}{24} = \frac{(2a)b_7}{48}$$

$$\rightarrow 2 \times \overline{ab}_5 = \overline{(2a)b}_7$$

$$2(5a + b) = 2a \times 7 + b$$

$$\rightarrow 10a + 2b = 14a + b$$

$$b = 4a \rightarrow a = 1 \wedge b = 4$$

$$\therefore a \times b = 1 \times 4 = 4$$

Rpta.: D**Resolución 36:**

Dato:

$$\frac{29}{\overline{ab}} = 0,\overline{cd}$$

Observe:

$$\overline{ab} > 29 \text{ y } \frac{29}{\overline{ab}} \text{ genera 2 cifras decimales.}$$

$$\rightarrow \overline{ab} = 2 \times 5^2 \rightarrow \overline{ab} = 50 \rightarrow a = 5$$

$$b = 0$$

Luego:

$$\frac{29}{50} = 0,58 = 0,\overline{cd}$$

$$\rightarrow c = 5 \wedge d = 8$$

$$\therefore a + b + c = 5 + 0 + 5 = 10$$

Rpta.: C**Resolución 37:**

Del enunciado:

$$E = \frac{1}{3^{29}} \quad \text{Como } 3^{29} \text{ es PESI con 10 se genera un N.D.I periódico puro.}$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{3^{29}} = 0,\overline{\dots x}$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{3^{29}} = \frac{\overline{\dots x}}{99\dots 99}$$

$$\text{Multiplicando en aspa: } 99\dots 99 = 3^{29} \times \overline{\dots x}$$

Observe:

$$3^1 = \dots 3 \quad 3^5 = \dots 3$$

$$3^2 = \dots 9 \quad 3^6 = \dots 9$$

$$3^3 = \dots 7 \quad 3^7 = \dots 7$$

$$3^4 = \dots 1 \quad 3^8 = \dots 1$$

Luego:

$$99\dots 99 = \underbrace{3^{4+1}} \times \dots x$$

$$\rightarrow \dots 9 = \dots 3 \times \dots x$$

$\therefore x=3$

Rpta.: C

Resolución 38: Se tiene:

$$1 < f < \frac{47}{30}$$

Además:

$$f = 1,5\overline{ab}$$

Luego:

$$1 < 1,5\overline{ab} < \frac{47}{30}$$

Restando 1:

$$0 < 0,5\overline{ab} < \frac{17}{30}$$

$$\rightarrow \frac{5\overline{ab}-5}{990} < \frac{17}{30} \rightarrow 5\overline{ab} < 566$$

$$5\overline{ab}: \underbrace{500; 501; 502; \dots; 565}_{66 \text{ VALORES}}$$

Pero:

$$5\overline{ab} \neq \overbrace{500; 511; 522; 533; 544; 555}^{6 \text{ VALORES}}$$

$$\therefore \text{Total de fracciones: } 66-6=60$$

Rpta.: C

Resolución 39: Se tiene:

$$0, m\overline{n} = \frac{n-5}{6} \rightarrow \frac{\overline{mn}-m}{90} = \frac{n-5}{6}$$

$$\rightarrow \frac{(10m+n)-m}{15} = n-5$$

$$\rightarrow 9m+n=15n-75 \rightarrow 14n-9m=75$$

$$.0, n\overline{m} = \frac{5m+6}{18} \rightarrow \frac{\overline{nm}-n}{90} = \frac{5m+6}{18}$$

$$\rightarrow \frac{(10n+m)-n}{5} = 5m+6$$

$$\rightarrow 9n+m = 25m+30 \rightarrow 9n-24m = 30$$

$$\rightarrow 3n-8m = 10$$

Sólo cumplen:

$$n=6 \wedge m=1$$

Luego:

$$\frac{n-5}{6} = \frac{6-5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5m+6}{18} = \frac{5+6}{18} = \frac{11}{18}$$

Sumando

$$\frac{1}{6} + \frac{11}{18} = \frac{7}{9} = 0,7777 \dots$$

$\therefore$ La 3ra cifra decimal es 7.

Rpta.: C

Resolución 40: Por dato:

$$0,\overline{ab}_4 = 0,\overline{bac}_6 = \frac{p}{q} \quad (p \text{ y } q \text{ PESI}).$$

$$\rightarrow \frac{\overline{ab}_4}{100_4} = \frac{\overline{bac}_6}{1000_6} \rightarrow \frac{4a+b}{16} = \frac{36b+6a+c}{216}$$

$$\rightarrow \frac{4a+b}{2} = \frac{36b+6a+c}{27}$$

$$\rightarrow 108a+27b = 72b+12a+2c$$

$$\rightarrow \frac{96a}{3} = \frac{45b}{3} + \frac{2c}{3} \rightarrow c = 3$$

Luego:

$$96a = 45b+6$$

$$32a = 15b+2 \rightarrow a=1 \wedge b=2$$

Reemplazando:

$$\frac{p}{q} = 0,12_4 = \frac{12_4}{100_4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\rightarrow p=3 \wedge q=8$$

$$\therefore a+b+c+p+q = 1+2+3+3+8=17$$

Rpta.: C

Resolución 41: Dato:

$$\overbrace{0,ab_5} = \overbrace{0,cb_7}$$

$$\frac{ab_5}{44_5} = \frac{cb_7}{66_7}$$

$$\rightarrow \frac{5a+b}{24} = \frac{7c+b}{48} \rightarrow 5a+b = \frac{7c+b}{2}$$

$$\rightarrow 10a+2b=7c+b \rightarrow 10a+b=7c$$

↓	↓	↓
1	4	2
2	1	3
4	2	6

$$a+b+c = \begin{cases} 1+4+2=7 \\ 2+1+3=6 \\ 4+2+6=12 \end{cases}$$

$$\therefore 7+6+12=25$$

Rpta.: C

Resolución 42: Sea: $\frac{a}{b}$ irreducible

Dato: $\frac{a}{b} > \frac{5}{12} \left(\frac{a}{b}; \text{mínimo} \right)$

Además: $\frac{a+bn}{b+an} = 2$

$$\rightarrow a+bn=2b+2an$$

$$\rightarrow a-2an=2b-bn$$

$$a(1-2n)=b(2-n)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2-n}{1-2n}$$

Pero: $\frac{2-n}{1-2n} > \frac{5}{12} \rightarrow 24-12n > 5-10n$

$$\rightarrow 19 > 2n \rightarrow n < 9,5 \rightarrow n=9$$

Luego: $\frac{a}{b} = \frac{2-9}{1-18} = \frac{-7}{-17} = \frac{7}{17}$

$$\therefore a+b=7+17=24$$

Rpta.: E

Resolución 43: Sea la fracción: $f = \frac{N}{180}$

f es propia $\rightarrow N < 180$

f es irreducible $\rightarrow N$ y 180 PESI

La cantidad de valores que toma N está en función al indicador de 180.
Luego:

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \quad (\text{D.C})$$

$$\phi(180) = 2^{2-1}(2-1) \cdot 3^{2-1}(3-1) \cdot 5^{1-1}(5-1)$$

$$\phi(180) = 2 \times 3 \times 2 \times 4 = 48$$

$\therefore$ Existen 48 fracciones.

Rpta.: C

Resolución 44: Dadas las fracciones irreducibles:

$$\frac{19}{K+21}; \frac{20}{K+22}; \frac{21}{K+23}; \dots; \frac{91}{K+93}$$

Observe: $\frac{19}{K+2+19}; \frac{20}{K+2+20}; \frac{21}{K+2+21}; \dots; \frac{91}{K+2+91}$

Donde: "K+2" es PESI con 19; 20; 21; ...; 91

Luego: K+2 debe ser un primo y mayor que 91 y como "K" es mínimo.

Sólo: K+2=97

$$\therefore K = 95$$

Rpta.: D

Resolución 45: Dada la fracción:

$$f = \frac{447}{1192} = \frac{3 \times 149}{8 \times 149} = \frac{3}{8} \rightarrow f_{eq} = \frac{3K}{8K} \quad K: \text{mínimo}$$

Datos: $.3K + 8K = \overset{0}{9} \rightarrow 11K = \overset{0}{9} \rightarrow K = \overset{0}{9}$
 $.8K - 3K = \overset{0}{55} \rightarrow 5K = \overset{0}{55} \rightarrow K = \overset{0}{11}$

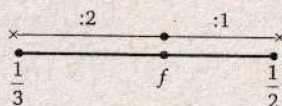
$$\rightarrow K = \overset{0}{99} \rightarrow K = 99 \quad (\text{mínimo})$$

$$\rightarrow f = \frac{3 \times 99}{8 \times 99} = \frac{297}{792}$$

$$\therefore 7 + 9 + 2 = 18$$

Rpta.: A

Resolución 46: Del enunciado:



$$\rightarrow \frac{f - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - f} = \frac{2}{1} \rightarrow f - \frac{1}{3} = 1 - 2f$$

$$\rightarrow 3f = \frac{4}{3} \rightarrow f = \frac{4}{9} \rightarrow f_{eq} = \frac{4K}{9K}$$

Dato: $4K + 9K = 260 \rightarrow 13K = 260 \rightarrow K = 20$

$$\therefore f_{eq} = \frac{4 \times 20}{9 \times 20} = \frac{80}{180}$$

Rpta.: E

Resolución 47: Del enunciado:

$$\frac{a}{b} = \frac{11K}{30K}$$

Piden el menor valor de (a+b)
→ K es mínimo

Por dato: $30K - 11K = 13$
 $9K = 13 \rightarrow K = \frac{13}{9}$

Luego: $K_{min} = 13$

Ahora: $\frac{a}{b} = \frac{11 \times 13}{30 \times 13} = \frac{143}{390} \rightarrow \begin{matrix} a=143 \\ b=390 \end{matrix}$

$$\therefore a + b = 143 + 390 = 533$$

Rpta.: E

Resolución 48: Sea la fracción:

$$\frac{110}{N}$$

Como es irreducible: N y 110 PESI

$$\rightarrow N \neq 2; N \neq 5; N \neq 11$$

Además:

$$\frac{23}{37} < \frac{110}{N} < 1$$

$$\frac{23}{37} < \frac{110}{N} \rightarrow 23N < 4070 \rightarrow N < 176, \dots$$

$$\frac{110}{N} < 1 \rightarrow N > 110$$

$$N: \underbrace{111; 112; 113; \dots; 176}_{66 \text{ VALORES}}$$

De los 66 valores la mitad son pares y la otra mitad impares.

Como $N \neq 2$, nos quedamos con 33 valores. De esos 33 impares no se consideran los $\overset{0}{5}$ y los $\overset{0}{11}$.

Estos son: 115; 121; 125; 135; 143; 145; 155; 165; 175 $\rightarrow$ 9 valores.

$$\therefore \text{El número de fracciones es:} \\ 33 - 9 = 24$$

Rpta.: A

Resolución 49: Del enunciado:

$$0,7 < \frac{4+m}{7+m} < 0,75 \quad m: \text{mínimo}$$

$$\frac{7}{10} < \frac{4+m}{7+m} < \frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{10} < \frac{4+m}{7+m} \rightarrow 49+7m < 40+10m \\ 9 < 3m \rightarrow m > 3$$

$$\frac{4+m}{7+m} < \frac{3}{4} \rightarrow 16+4m < 21+3m \\ m < 5$$

$$\therefore m = 4$$

Rpta.: D

Resolución 50: Consideremos el total de manzanas que compró: $60m$.

Al comprar:	5 manzanas por S/.6	} La mitad
	30m manzanas por S/.36m	
	6 manzanas por S/.7	} La otra mitad
	30m manzanas por S/.35m	
Costo Total: S/.36m + S/.35m = S/.71m		

Al vender:	3 manzanas por S/.5	} $\frac{3}{5}$ del total
	36m manzanas por S/.60m	
	4 manzanas por S/.7	} El resto
	24 manzanas por S/.42m	
Venta Total: S/.60m + S/.42m = S/.102m		

Dato:

$$\text{GANANCIA} = 1240$$

$$102m - 71m = 1240 \rightarrow 31m = 1240 \rightarrow m = 40$$

$$\therefore 2(60 \times 40) = 4800$$

Rpta.: E

Resolución 51:

Sea el volumen del vaso: V

Luego de beber 2 veces le queda: $(V) \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{8}V$

Del enunciado: $\frac{5}{8}V - f\left(\frac{5}{8}V\right) = \frac{1}{7}V$

$$\rightarrow \frac{5}{8} - \frac{5f}{8} = \frac{1}{7}$$

$$\rightarrow \frac{5(1-f)}{8} = \frac{1}{7} \rightarrow 5(1-f) = \frac{8}{7}$$

$$\rightarrow 1-f = \frac{8}{35}$$

$$\therefore f = 1 - \frac{8}{35} = \frac{27}{35}$$

Rpta.: E

Resolución 52:

Sea la herencia: N

Repartiendo:

$$\text{INSTITUTO B.N.} : \frac{1}{4}N$$

$$\text{SOCIEDAD P.A.} : \frac{1}{5}N$$

$$\text{MADRE} : \frac{1}{2}N$$

Va repartiendo: $\frac{1}{4}N + \frac{1}{5}N + \frac{1}{2}N = \frac{19}{20}N$

A Miguel le toca: $\frac{1}{20}N$

Miguel no estuvo de acuerdo, luego, cada beneficiario le da \$1000. Por dato:

$$\frac{1}{20}N + 1000 \times 3 = \frac{1}{4}N - 1000$$

$$\rightarrow 4000 = \frac{1}{4}N - \frac{1}{20}N = \frac{1}{5}N \rightarrow N = \$20000$$

$$\therefore \text{Miguel recibió en total: } \frac{1}{20}(20000) + 3000 = \$4000$$

Rpta.: E

Resolución 53: El 1er caño llena el tanque en 4h → En 1h llena $\frac{1}{4}$

El 2do caño llena el tanque en 12h → En 1h llena $\frac{1}{12}$

Si funcionan ambos, en 1h llenan:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

∴ Todo el tanque lo llenan en 3h.

Rpta.: E

Resolución 54: Se tiene:

$$\bullet \text{ (GASTÉ)} = \frac{2}{3} \text{ (NO GASTÉ)} \rightarrow \frac{\text{(GASTÉ)}}{\text{(NO GASTÉ)}} = \frac{2}{3}$$

→ Lo que gastó es $\frac{2}{5}$

$$\bullet \text{ (REGALÉ)} = \frac{1}{5} \text{ (NO REGALÉ)} \rightarrow \frac{\text{(REGALÉ)}}{\text{(NO REGALÉ)}} = \frac{1}{5}$$

→ Lo que regaló es $\frac{1}{6}$

$$\bullet \text{ (PERDÍ)} = \frac{2}{3} \text{ (NO PERDÍ)} \rightarrow \frac{\text{(PERDÍ)}}{\text{(NO PERDÍ)}} = \frac{2}{3}$$

→ Lo que perdí es $\frac{2}{5}$

Luego:

$$(N) \cdot \overset{\text{CANTIDAD INICIAL}}{\frac{3}{5}} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{5} = 1800$$

∴ N = \$6000

Rpta.: A

Resolución 55: Longitud del poste: "L" metros.

Del enunciado: $\bullet \frac{3}{8}$ de "L" pintado de color plomo.

$\bullet \frac{1}{5}$ del resto pintado de color verde.

• Los 4 metros restantes de color amarillo.

$$\rightarrow (L) \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5} = 4 \quad \therefore L = 8 \text{ metros}$$

Rpta.: E

Resolución 56: Sea la longitud inicial: "L" metros

En el proceso de manufactura se dilata:

• La 1ra vez $\frac{1}{3}$ de su longitud.

• La 2da vez $\frac{1}{4}$ de su nueva longitud.

• La 3ra vez $\frac{1}{5}$ de su nueva longitud.
...

• La 20ma vez $\frac{1}{22}$ de su nueva longitud.

Luego:
$$(L) \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \dots \times \frac{23}{22} = 690$$

Simplificando:
$$L \times \frac{23}{3} = 690$$

$\therefore L = 90$ metros

Rpta.: B

Resolución 57: Sea:

$$f = \frac{1}{3608} = \frac{1}{2^3 \times 11 \times 41}$$

- La cantidad de cifras no periódicas está dado por el exponente del primo 2 contenido en el denominador de la fracción irreducible. $\rightarrow$ Hay 3 cifras no periódicas.
- Para hallar la cantidad de cifras periódicas.

11 aparece por 1ra vez en 99.

41 aparece por 1ra vez en 99999

$\rightarrow$ Cantidad de Cifras periódicas: MCM (2,5)=10

$\therefore 10 - 3 = 7$

Rpta.: D

Resolución 58: Dada la fracción:

$$f = \frac{148}{2^a \times 5^b \times 3^{37}} = \frac{2^2 \times 37}{2^a \times 5^b \times 3^{37}}$$

$$f = \frac{37}{2^{a-2} \times 5^b \times 3^{37}} = 0,\overline{abc \ m \dots x}$$

Como hay 3 cifras en la parte no periódica y nos piden $(a+b)$ máximo, entonces, el caso que conviene es cuando los exponentes de 2 y 5 son iguales a 3.

$$\rightarrow \alpha - 2 = 3 \rightarrow \alpha = 5$$

$$\rightarrow \beta = 3$$

$$\therefore (\alpha + \beta)_{\text{máx}} = 8$$

Rpta.: E

Resolución 59: Sea:

$$f = \frac{14}{14! + 1} \quad \text{La fracción es propia e irreducible, además, } (14! + 1) \text{ es PESI con } 10.$$

$$\rightarrow f = \frac{14}{14! + 1} = 0, \overline{\dots ab} = \frac{\overline{\dots ab}}{99\dots 99}$$

$$\rightarrow 14 \times 99\dots 99 = (14! + 1) (\overline{\dots ab})$$

$$\dots 86 = (14! + 1) (\overline{\dots ab})$$

Observación: $14! = 2^{11} \times 5^2 \times \dots = (10)^2 \times 2^9 \times \dots$

$$14! = \dots 00$$

$$14! + 1 = \dots 01$$

$$\rightarrow \dots 86 = (\dots 01) (\overline{\dots ab})$$

Ahora:

$$\begin{array}{r} \overline{\dots ab} \times \\ \dots 01 \\ \hline \dots 86 \\ \dots 0 \\ \dots \vdots \\ \hline \dots 86 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Observe:} \\ \\ b=6 \\ a=8 \end{array}$$

$$\therefore a + b = 8 + 6 = 14$$

Rpta.: B

Resolución 60: Del enunciado:

$$\underbrace{0,62}_8 + x = \underbrace{0,34}_5$$

$$\frac{62_8}{100_8} + x = \frac{34_5}{44_5}$$

$$\rightarrow \frac{50}{64} + x = \frac{19}{24}$$

$$\rightarrow \frac{25}{32} + x = \frac{19}{24} \rightarrow x = \frac{19}{24} - \frac{25}{32} \rightarrow \therefore x = \frac{1}{96}$$

Rpta.: B

Resolución 61:

Dato:

$$\frac{\overline{abc}}{\overline{ab}} = \overline{a(c-7)}, \widehat{de}$$

Para que dicha fracción en su expresión lineal genere 2 cifras periódicas entonces, $\overline{ab}$ debe estar contenido en 99.

Además:

$$\frac{\overline{abc}}{\overline{ab}} \approx \overline{a(c-7)}$$

Sólo:

$$\overline{ab} = 11$$

$$\rightarrow \frac{\overline{11c}}{\overline{11}} = \overline{1(c-7)}, \widehat{de} \quad c = \{7; 8; 9\}$$

$$\rightarrow \frac{\overline{11c}}{\overline{11}} = \frac{\overline{1(c-7)de} - \overline{1(c-7)}}{99}$$

$$\rightarrow 9 \times \overline{11c} = \overline{1(c-7)de} - \overline{1(c-7)}$$

$$\rightarrow 9 \times \overline{11c} = 99 \times \overline{1(c-7)} + \widehat{de}$$

Sólo:

$$c = 7$$

$$9 \times 117 = 99 \times 10 + \widehat{de} \rightarrow \widehat{de} = 63 \rightarrow d = 6 \wedge e = 3$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 1 + 1 + 7 + 6 + 3 = 18$$

Rpta.: E

Resolución 62:

Por dato:

$$\frac{2}{\overline{ab+2}} = 0,\widehat{0ba}$$

$$\rightarrow \frac{2}{\overline{ab+2}} = \frac{\overline{ba}}{999} \quad (\overline{ab+2}) \text{ debe estar contenido en } 999, \text{ además se deben generar 3 cifras periódicas.}$$

$$\text{i) } \overline{ab+2} = 27 \rightarrow \overline{ab} = 25$$

$$\rightarrow \frac{2}{27} = 0,\widehat{074} \quad \text{NO CUMPLE}$$

$$\text{ii) } \overline{ab+2} = 37 \rightarrow \overline{ab} = 35$$

$$\rightarrow \frac{2}{37} = 0,\widehat{054} \quad \text{NO CUMPLE}$$

$$\text{iii) } \overline{ab+2} = 54 \rightarrow \overline{ab} = 52$$

$$\rightarrow \frac{2}{54} = \frac{1}{27} = 0,\widehat{037} \quad \text{NO CUMPLE}$$

$$\text{iv) } \overline{ab} + 2 = 74 \rightarrow \overline{ab} = 72$$

$$\rightarrow \frac{2}{74} = \frac{1}{37} = 0,027 \text{ sí CUMPLE}$$

$$\therefore a+b = 7+2 = 9$$

Rpta.: C

Resolución 63: Se tiene:

$$\overline{ab} + \overline{cd} = 58$$

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = 0,\overline{cdcef}$$

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = \frac{\overline{cdcef}}{99999} \rightarrow \overline{cd} \text{ es divisor de } 99999$$

Observación: $99999 = 3^2 \times 41 \times 271$

Sólo: $\overline{cd} = 41 \rightarrow \overline{ab} = 17$

$$\rightarrow \frac{17}{41} = 0,41463 \rightarrow e = 6 \wedge f = 3$$

$$\therefore e+f = 6+3 = 9$$

Rpta.: C

Resolución 64: Por dato:

$$0, a\widehat{b}_6 + 0, b\widehat{a}_6 = 1, \widehat{2}_6$$

Aplicando fracción generatriz:

$$\frac{\overline{ab}_6 - a}{50_6} + \frac{\overline{ba}_6 - b}{50_6} = \frac{12_6 - 1}{5}$$

Efectuando:

$$\frac{6a+b-a}{30} + \frac{6b+a-b}{30} = \frac{7}{5}$$

$$\rightarrow \frac{5a+b+5b+a}{30} = \frac{7}{5}$$

$$\rightarrow 6a+6b = 42 \rightarrow a+b = 7$$

Luego:

$$\frac{1}{(a+b)!} = \frac{1}{7!}$$

$$\rightarrow \frac{1}{7!} = \frac{1}{2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7} = 0,\overline{\dots}$$

x cifras

Observación:

El menor numeral formado por cifras máximas que contiene a 3^2 y 7 es $999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$

$$\therefore x=6$$

Rpta.: D

Resolución 65: Se tiene:

$$\frac{1}{7} = \frac{5}{n^2} + \frac{5}{n^4} + \frac{5}{n^6} + \dots$$

$$\frac{1}{7} = \frac{0}{n} + \frac{5}{n^2} + \frac{0}{n^3} + \frac{5}{n^4} + \frac{0}{n^5} + \frac{5}{n^6} + \dots$$

$$\frac{1}{7} = 0,\overline{05}_n = \frac{5}{(n-1)(n-1)_n} \quad (\text{Se aplica fracción generatriz})$$

$$\rightarrow (n-1)(n-1)_n = 35$$

↓ Aplicando propiedad cifras máximas

$$\rightarrow n^2 - 1 = 35 \rightarrow n^2 = 36$$

$$\therefore n=6$$

Rpta.: E

Resolución 66: Dato:

$$\underbrace{0,352}_8 = \underbrace{0,31}_n$$

OCTAVAL PERIÓDICO MIXTO ENEAVAL PERIÓDICO PURO

Aplicando fracción generatriz:

$$\frac{352_8 - 3}{770_8} = \frac{31_n}{(n-1)(n-1)_n}$$

Descomponiendo polinómicamente y efectuando:

$$\frac{234 - 3}{504} = \frac{3n+1}{n^2-1} = \frac{231}{504} = \frac{11}{24}$$

$$\rightarrow 72n + 24 = 11n^2 - 11$$

$$\rightarrow 35 = 11n^2 - 72n$$

$$35 = n(11n - 72) = 7 \times 5$$

$$\therefore n=7$$

Rpta.: C

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 12

Resolución 67: I. La clase de equivalencia $\left[\frac{n}{1}\right] = \left\{ \dots; \frac{-3}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \dots \right\}$

Coincide con el conjunto $\mathbb{Z}$

Además: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

→ ES VERDADERA

$$\text{II. } \frac{a}{b} \in \left[\frac{48}{64}\right] \rightarrow \frac{a}{b} \in \left[\frac{3}{4}\right] \rightarrow \begin{matrix} a=3K \\ b=4K \end{matrix}$$

Además: $a^2 + b^2 = 1225$

$$\rightarrow (3K)^2 + (4K)^2 = 1225$$

$$25K^2 = 1225$$

$$K^2 = 49$$

$$\rightarrow K = 7$$

El valor de a es $3 \times (7) = 21$

→ ES VERDADERA

$$\text{III. } \left[\frac{35}{91}\right] \cap \left[\frac{65}{169}\right] \neq \emptyset$$

$$\left[\frac{5}{13}\right] \cap \left[\frac{5}{13}\right] \neq \emptyset$$

→ ES VERDADERA

∴ V V V

Rpta.: C

Resolución 68:

Entendamos que:

$$[(a;b)] = \left[\frac{a}{b}\right]$$

I. ES VERDADERA YA QUE:

$$\begin{aligned} \left[\frac{a}{b}\right] = \left[\frac{c}{d}\right] &\Leftrightarrow (a;b) \sim (c;d) \\ &\Leftrightarrow a \times d = b \times c \end{aligned}$$

Son pares que pertenecen a la misma clase de equivalencia.

II. ES VERDADERA YA QUE, SI $(p;q) \notin [(a;b)]$ LOS PARES

$(a;b)$ y $(p;q)$ NO SON EQUIVALENTES

$$\text{III. } [(2;3)] + [(4;5)] = [(66;45)]$$

Dicha operación no se puede realizar entre clases de equivalencias ya que las clases de equivalencia son conjuntos.

∴ Sólo I y II

Rpta.: A

Resolución 69:

Sea la fracción irreducible: $\frac{a}{b}$

Dato:

$$\frac{a+5}{b+9} = \frac{a}{b} \quad (\text{No cambia de valor})$$

$$\rightarrow ab + 5b = ab + 9a$$

$$\rightarrow 5b = 9a \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{9}$$

$$\therefore 5+9=14$$

Rpta.: A

Resolución 70:

Del enunciado:

$$f = \frac{N}{5!} = \frac{N}{120}$$

La fracción es propia $\rightarrow N < 120$

La fracción es irreducible N y 120 PESI

$$\rightarrow \text{Cantidad de fracciones} = \phi(120)$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \quad (\text{D.C.})$$

$$\phi(120) = 2^{3-1}(2-1) \cdot 3^{1-1}(3-1) \cdot 5^{1-1}(5-1)$$

$$\phi(120) = 4 \times 2 \times 4 = 32$$

∴ Existen 32 fracciones,

Rpta.: D

Resolución 71:

Dato:

$$\frac{a}{b} \in \left[\frac{2}{3} \right]$$

Además:

$$\frac{\overline{aba}}{\overline{bcb}} \in \left[\frac{2}{3} \right]$$

Siendo a y b cifras del sistema decimal: $a: 2; 4; 6$

$c: 3; 6; 9$

Luego:

$$\frac{232}{3c3} \in \left[\frac{2}{3} \right]$$

¡NO CUMPLE!

$$232 = 2 \times 116$$

$$3c3 = 3 \times 116 = 348 \quad \times$$

$$\frac{464}{6c6} \in \left[\frac{2}{3} \right]$$

¡SÍ CUMPLE!

$$464 = 2 \times 232$$

$$6c6 = 3 \times 232 = 696 \quad \checkmark$$

$$\rightarrow c = 9$$

$$\frac{696}{9c9} \in \left[\frac{2}{3} \right]$$

¡NO CUMPLE!

$$\therefore a+b+c = 4+6+9 = 19$$

Rpta.: E**Resolución 72:** Sean las fracciones irreducibles con numeradores iguales a 4:

$$\frac{4}{a} \text{ y } \frac{4}{b} \quad (a \text{ y } b \text{ son PESI con } 2)$$

Dato:

$$\text{MCD}(a, b) = 3$$

$$\rightarrow \begin{aligned} a &= 3p \\ b &= 3q \end{aligned} \quad (\text{Donde } p \text{ y } q \text{ son PESI con } 2)$$

Además:

$$\frac{4}{a} + \frac{4}{b} = \frac{32}{45} \rightarrow \frac{4}{3p} + \frac{4}{3q} = \frac{32}{45}$$

Simplificando:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{8}{15} \rightarrow \frac{p+q}{p \times q} = \frac{8}{15}$$

Sólo:

$$p = 5 \wedge q = 3$$

$$\rightarrow a = 3 \times 5 = 15$$

$$b = 3 \times 3 = 9$$

$$\therefore a+b = 15+9 = 24$$

Rpta.: B**Resolución 73:** Dadas las fracciones irreducibles

$$\frac{17}{ab} \text{ y } \frac{\overline{cd}}{19} \rightarrow \overline{ab} \neq 17 \text{ y } \overline{cd} \neq 19$$

Por dato:

$$\frac{17}{ab} + \frac{\overline{cd}}{19} = a+d \quad \text{Pero: } (a+d) \in \mathbb{Z}$$

Por propiedad: $\overline{ab} = 19 \rightarrow a=1 \wedge b=9$

Luego: $\frac{17}{19} + \frac{\overline{cd}}{19} = 1+d$

$$\rightarrow 17 + \overline{cd} = 19 + 19d \rightarrow 10c = 2 + 18d$$

$$\rightarrow 5c = 1 + 9d \quad \text{Sólo: } d = 1 \wedge c = 2$$

Del enunciado: $\frac{\overline{ab}}{43} < \frac{m}{m+1} < \frac{\overline{cd}}{29}$

$$\frac{19}{43} < \frac{m}{m+1} < \frac{21}{29}$$

$$\bullet \frac{19}{43} < \frac{m}{m+1} \rightarrow 19m + 19 < 43m$$

$$9 < 24m$$

$$\rightarrow m > 0, \dots$$

$$\bullet \frac{m}{m+1} < \frac{21}{29} \rightarrow 29m < 21m + 21$$

$$8 < 21$$

$$\rightarrow m < 2, \dots$$

$$\text{Sólo: } m = 1 \vee m = 2$$

$\therefore$ Existen 2 fracciones.

Rpta.: B

Resolución 74: Del enunciado: $m \in \mathbb{Z}^+ \wedge m < 25$

Además: $f = \frac{m^2 + 32m}{m+2}$ ES IRREDUCTIBLE

$$f = \frac{m(m+2) + 30m}{m+2} = m + \frac{30m}{m+2}$$

Para que "f" sea irreducible: $\frac{30m}{m+2}$ debe ser irreducible.

$$\rightarrow m: 5; 9; 11; 15; 17; 21.$$

$\therefore$ m toma 6 valores.

Rpta.: D

Resolución 75: Dada la fracción: $f = \frac{195}{273} = \frac{5 \times 39}{7 \times 39} = \frac{5}{7} \rightarrow f_{eq} = \frac{5m}{7m}$

Datos:
$$\left. \begin{aligned} (5m)(7m) &= \frac{0}{9} \rightarrow m = \frac{3}{9} \\ 7m - 5m &= \frac{0}{7} \rightarrow m = \frac{0}{7} \end{aligned} \right\} m = \frac{0}{21}$$

Además:
$$\begin{aligned} 7m &< 700 \\ m &< 100 \end{aligned}$$

$\rightarrow m: 21; 42; 63; 84.$

$\therefore$ Son 4 fracciones equivalentes.

Rpta.: E

Resolución 76: Tenemos: $M = \frac{x - \sqrt{y}}{z} \quad \{x; y; z\} \subset \mathbb{N}$

Además:
$$M = [2; 1; 3] = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \dots}}}}}$$

$$M = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{m}}} = 2 + \frac{1}{\frac{4m+1}{3m+1}}$$

$$M = 2 + \frac{3m+1}{4m+1} = \frac{11m+3}{4m+1}$$

$$\rightarrow 4m^2 + m = 11m + 3 \rightarrow 4m^2 - 10m - 3 = 0$$

$$X_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(4)(-3)}}{2(4)}$$

$$X_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{4} \rightarrow M = \frac{5 - \sqrt{37}}{4}$$

$$\rightarrow x=5 ; y=37 ; z=4$$

$$\therefore x+y-z = 5+37-4 = 38$$

Rpta.: D

Resolución 77: Por dato: $\frac{\overline{zwy}}{\overline{xy32}}$ es equivalente a $\frac{485}{2037}$

Observemos: $\frac{485}{2037} = \frac{5 \times 97}{21 \times 97} = \frac{5}{21}$

$\rightarrow \frac{\overline{zwy}}{\overline{xy32}} = \frac{5K}{21K}$ Donde: K es par
 $\rightarrow y=0$

Además $\overline{xy32} = \overline{x032} = 21K = \overset{0}{7}$

Aplicando criterio por 7: $11-x = \overset{0}{7} \rightarrow x=4$

Ahora: $4032 = 21K \rightarrow K=192$

$\rightarrow \overline{zxy} = 5 \times 192 = 960 \rightarrow z=9 \wedge w=6$

Luego: $[y;x;w;z] = \frac{\overline{ab}}{\overline{cde}} = [0;4;6;9]$

Veamos:

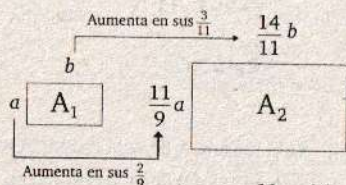
	0	4	6	9
55	229	55	9	1
	55	9	1	0

$\rightarrow \frac{\overline{ab}}{\overline{cde}} = \frac{55}{229} \rightarrow a=5 \wedge b=5$
 $c=2 \wedge d=2 \wedge e=9$

$\therefore a+b+c+d+e = 5+5+2+2+9 = 23$

Rpta.: C

Resolución 78:



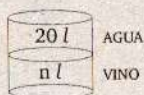
$A_2 = \frac{11}{9} a \cdot \frac{14}{11} b = \frac{14}{9} a \cdot b$

$A_1 = a \cdot b$

Dato: $A_2 - A_1 = 1400$

$\frac{5}{9} ab = 1400 \rightarrow \therefore ab = A_1 = 2520$

Rpta.: E

Resolución 79: Tenemos:

Luego de hacer cada extracción, se reemplaza con agua y al final quedan 48 l de vino.

$$\rightarrow (n) \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = 48 \rightarrow n = 80$$

Extrae $\frac{1}{4}$ ← → Extrae $\frac{1}{5}$

$$\therefore \text{VOLUMEN INICIAL: } 20 + 80 = 100 \text{ l}$$

Rpta.: C**Resolución 80:** Al comprar tinta para su impresora:

$$(\text{GASTA}) = \frac{2}{3} (\text{NO GASTA})$$

$$\rightarrow \frac{(\text{GASTA})}{(\text{NO GASTA})} = \frac{2}{3} \frac{(K)}{(K)} \rightarrow N = 5K$$

Luego compra una memoria y finalmente compró un programa.
Del texto:

$$\left\{ (3K) \frac{5}{7} - 40 \right\} \frac{4}{5} + 2 = 30$$

$$\rightarrow (3K) \frac{5}{7} - 40 = 35 \rightarrow K = 35$$

Entonces: $N = 5 \times 35 = 175$

$$\therefore 1 + 7 + 5 = 13$$

Rpta.: C**Resolución 81:** Del enunciado:

El caño A llena la cisterna en "m" horas.

El caño B llena la cisterna en "m+3" horas.

Juntos llenan la cisterna en $3,6 = \frac{18}{5}$ horas.

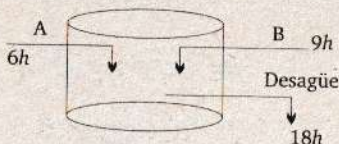
Luego:

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m+3} = \frac{5}{18} \rightarrow \frac{2m+3}{m^2+3m} = \frac{5}{18}$$

$$\rightarrow 5m^2 - 21m - 54 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 5m & & +9 \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ m & & -6 \end{array} \rightarrow m = 6$$

Luego:

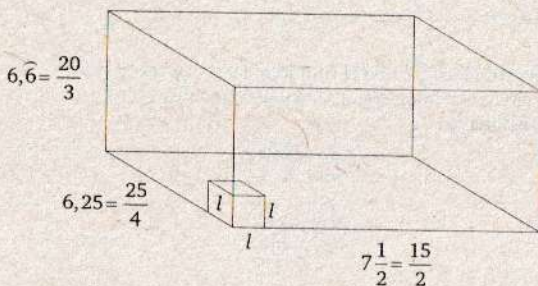


$$\rightarrow \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{1}{18} \right) t = 1$$

$$\therefore t = 4,5 \text{ horas}$$

Rpta.: C

Resolución 82: Se tiene:



Dato:

$$\frac{1}{7} < l < \frac{2}{5}$$

Observe:

l : Divisor Común de $\frac{15}{2}$; $\frac{25}{4}$; $\frac{20}{3}$

$\rightarrow l$: Divisor del MCD de $\frac{15}{2}$; $\frac{25}{4}$ y $\frac{20}{3}$

$$\rightarrow \text{MCD} \left(\frac{15}{2}; \frac{25}{4}; \frac{20}{3} \right) = \frac{\text{MCD} (15; 25; 20)}{\text{MCM} (2; 4; 3)} = \frac{5}{12}$$

$\rightarrow l$: Divisor de $\frac{5}{12}$

Sea:

$$l = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \frac{5}{12} \text{ es divisible entre } \frac{a}{b} \Leftrightarrow 5 = a \wedge b = 12$$

Sólo: $a=5$

Pero: $\frac{1}{7} < \frac{5}{b} < \frac{2}{5}$ Sólo: $b=24$

$$\therefore l = \frac{a}{b} = \frac{5}{24}$$

Rpta.: B

Resolución 83:

- I. Es falso, ya que al ser una fracción ordinaria su denominador no es una potencia de 10. El denominador podría ser PESI con 10 y no generaría decimales exactos.
- II. Es falso, ya que consideramos como decimales inexactos a los periódicos puros y a los periódicos mixtos y un número irracional no generaría a éstos.
- III. Es verdadero, ya que el conjunto de los números reales es la unión disjunta de los racionales y los irracionales.

$\therefore$ Sólo III

Rpta.: C

Resolución 84:

I. Se tiene:

$$\frac{75}{K} = 0,\overline{a0\ bc5}$$

DOS TRES
CIFRAS CIFRAS
NO PERIÓDICAS
PERIÓDICAS

Además:

$$K > 75$$

$$\rightarrow K = 2^2 \times 37 \rightarrow K = 148$$

Luego:

$$\frac{75}{148} = 0,50675 \rightarrow a=5 ; b=6 ; c=7$$

$$\rightarrow a+b+c=18 \rightarrow \text{ES VERDADERA}$$

II. Se tiene:

$$\frac{1m}{n} = 2,\overline{1ab\ cdn}$$

SEIS
CIFRAS
PERIÓDICAS

Además:

$$n < 1m \rightarrow n=7$$

Ahora:

$$\frac{1m}{7} = 2, \overline{1abcd7} = 2 + 0, \overline{1abcd7}$$

$$\rightarrow \frac{1m}{7} = 2 + 0, \overline{142857} = 2 + \frac{1}{7} = \frac{15}{7}$$

$$\rightarrow m = 5 ; a = 4 ; b = 2 ; c = 8 ; d = 5$$

$$\rightarrow a+b+c+d+n+m=31 \rightarrow \text{ES VERDADERA}$$

III. Se tiene:

$$0, \overline{ab_5} \times 0, \overline{ba_5} = 0, \overline{364}$$

$$\rightarrow \frac{\overline{ab_5} - a}{40_5} \times \frac{\overline{ba_5}}{100_5} = \frac{364}{1000}$$

$$\rightarrow \frac{(4a+b)}{20} \times \frac{(5b+a)}{25} = \frac{364}{1000}$$

$$\rightarrow (4a+b)(5b+a) = 182 = 14 \times 13$$

Sólo:

$$a = 3 \wedge b = 2 \rightarrow a \times b = 6 \rightarrow \text{ES VERDADERA}$$

\therefore VVV

Rpta.: A

Resolución 85:

Por dato:

$$\frac{29}{ab} = 0, \overline{bca}$$

$$\rightarrow \frac{29}{ab} = \frac{\overline{bca}}{999} \quad \overline{ab} > 29$$

ab DIVISOR DE 999

Sólo:

$$\overline{ab} = 37 \quad (\text{Además debe generar 3 cifras periódicas})$$

$$\rightarrow \frac{29}{37} = 0, \overline{783} \rightarrow a = 3 \wedge b = 7 \wedge c = 8$$

$$\therefore a+b+c = 3+7+8 = 18$$

Rpta.: E

Resolución 86:

Datos:

- $\frac{c}{ab} = 0, \overline{pxyz}$ Decimal inexacto con 1 cifra no periódica y 3 cifras periódicas.

$$\rightarrow \overline{ab} = \begin{cases} 2 \times 27 = 54 \rightarrow b = 4 \\ 2 \times 37 = 74 \rightarrow a = 5 \vee a = 7 \end{cases}$$

$$\bullet \frac{a}{bc} = 0, m\bar{n} \rightarrow \frac{a}{4c} = \frac{\overline{mn} - m}{90}$$

$$\rightarrow c = 5$$

Luego: $\frac{a}{45} = 0, m\bar{n} \rightarrow a = 7$

$$\therefore a+b+c=7+4+5=16$$

Rpta.: D**Resolución 87:** Del problema:

$$\bullet \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{16} = 1,4375$$

$$\bullet \{x; y; z\} \subset \mathbb{N}$$

$$\bullet z=3$$

Luego: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{3}{16} = 1,4375 = \frac{14375}{10000} = \frac{23}{16}$

$$\rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = \frac{23}{16} - \frac{3}{16} = \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow \frac{4x+2y}{8} = \frac{5}{4} \rightarrow \begin{array}{l} 4x+2y=10 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 3 \\ 2 \quad 1 \end{array}$$

$$(x; y; z) = \begin{array}{l} \nearrow (1; 3; 3) \\ \searrow (2; 1; 3) \end{array}$$

$\therefore$ Existen 2 ternas

Rpta.: D**Resolución 88:** Se tiene:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \frac{5}{a} = 0, \overline{abcmnp} \\ \bullet \frac{x}{a} = 0, \overline{mnpabc} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{En ambos casos se genera un} \\ \text{decimal inexacto periódico puro} \\ \text{con 6 cifras periódicas.} \end{array}$$

$$\rightarrow a=7$$

Luego: $\frac{5}{7} = 0, \overline{abcmnp} = 0, \overline{714285}$

$$\frac{x}{7} = 0, \overline{285714} = \frac{2}{7} \rightarrow x=2$$

$$\therefore a+x=7+2=9$$

Rpta.: D

Resolución 89: Por dato:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{cb}} = 0, \overbrace{(b-c)de}^{\text{SE DEBEN GENERAR}} \\ \text{3 CIFRAS PERIÓDICAS}$$

$$\rightarrow \overline{cb} = 27 \vee \overline{cb} = 37$$

$$\text{Si: } \overline{cb} = 27 \quad \text{Sólo: } \overline{ab} = 17$$

$$\rightarrow \frac{17}{27} = 0, \overline{629} \\ \downarrow \text{b-c} = 7-2 = 5 \quad \text{¡NO CUMPLE!}$$

$$\text{Si: } \overline{cb} = 37 \rightarrow \overline{ab} = 17 \vee \overline{ab} = 27$$

$$\overline{ab} = 17 \rightarrow \frac{17}{37} = 0, \overline{459} \\ \downarrow \text{b-c} = 7-3 = 4 \quad \text{¡SÍ CUMPLE!}$$

$$\rightarrow a=1; b=7; c=3; d=5; e=9$$

$$\therefore a+b+c+d+e=25$$

Rpta.: A

Resolución 90: Dada la fracción propia e irreducible:

$$\frac{\overline{GGA}}{\overline{UGA}} = 0, \overline{\text{GAUSS}} \\ \text{SE GENERAN 5} \\ \text{CIFRAS PERIÓDICAS}$$

$$\text{Observación: } 99999 = 3^2 \times 41 \times 271$$

$$\rightarrow \overline{UGA} = 3 \times 271$$

$$\overline{UGA} = 813 \rightarrow U=8; G=1; A=3$$

$$\text{Luego: } \frac{113}{813} = 0, \overline{13899} = 0, \overline{\text{GAUSS}} \\ \rightarrow S=9$$

$$\therefore G+A+U+S+S=30$$

Rpta.: B

Resolución 91: Dada la fracción:

$$F = \frac{8000 \times 40 \times 2^{15}}{625 \times 8 \times 5^{413}} = \frac{2^{24} \times 5^4}{2^3 \times 5^{417}}$$

$$F = \frac{2^{21}}{5^{413}} = 0, \overline{\dots x} \\ \text{413 CIFRAS}$$

$$F = \frac{2^{21}}{5^{413}} = \frac{\overline{\dots x}}{10^{413}}$$

$$F = 2^{21} \times 2^{413} = \overline{\dots x} = 2^{434}$$

Observe:

$$2^1 = \dots 2 \qquad 2^5 = \dots 2$$

$$2^2 = \dots 4 \qquad 2^6 = \dots 4$$

$$2^3 = \dots 8 \qquad 2^7 = \dots 8 \quad \dots$$

$$2^4 = \dots 6 \qquad 2^8 = \dots 6$$

$$\rightarrow \overline{\dots x} = 2^{\frac{4}{2}+2} = \dots 4$$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: E**Resolución 92:** Sea:

$$\frac{1}{80^{2011}} = 0, \overline{\dots m}$$

$$\frac{1}{2^{8044} \times 5^{2011}} = 0, \overline{\dots X}$$

8044 CIFRAS

$$\frac{1}{2^{8044} \times 5^{2011}} = \frac{\overline{\dots m}}{10^{8044}} = \frac{\overline{\dots m}}{2^{8044} \times 5^{8044}}$$

$$\rightarrow \frac{5^{8044}}{5^{2011}} = \overline{\dots m} = 5^{6033} = \dots 5$$

$$\therefore m = 5$$

Rpta.: D**Resolución 93:** Sea:

$$f = \frac{16}{\overline{mn7}^{453} \times \overline{xy3}^{ab36}}$$

La fracción es irreducible, además el denominador es PESI con 10. Entonces dicha fracción genera un decimal inexacto periódico puro.

$$\rightarrow f = \frac{16}{\overline{mn7}^{453} \times \overline{xy3}^{ab36}} = 0, \overline{\dots w}$$

$$\rightarrow \frac{16}{\overline{mn7}^{453} \times \overline{xy3}^{ab36}} = \frac{\overline{\dots w}}{99\dots 99}$$

$$\rightarrow 16 \times 99\dots 99 = \overline{\dots w} \times \overline{mn7}^{453} \times \overline{xy3}^{ab36}$$

$$\rightarrow \dots 4 = \overline{\dots w} \times (\dots 7)^{453} (\dots 3)^{ab36}$$

Observemos:

$$\begin{array}{ll} \dots 7^1 = \dots 7 & \dots 3^1 = \dots 3 \\ \dots 7^2 = \dots 9 & \dots 3^2 = \dots 9 \\ \dots 7^3 = \dots 3 & \dots 3^3 = \dots 7 \\ \dots 7^4 = \dots 1 & \dots 3^4 = \dots 1 \\ \hline \dots 7^5 = \dots 7 & \dots 3^5 = \dots 3 \\ \vdots & \vdots \end{array}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \dots 4 &= \overline{\dots w} \times (\dots 7)^{4+1} \times (\dots 3)^4 \\ \dots 4 &= \overline{\dots w} \times (\dots 7) \times (\dots 1) \\ \dots 4 &= \overline{\dots w} \times \dots 7 \end{aligned}$$

$\therefore w=2$

Rpta.: A

Resolución 94:

Sea la fracción:

$$\frac{N}{D} \quad \begin{array}{l} \text{Es propia} \rightarrow N < D \\ \text{Es irreducible} \rightarrow N \text{ y } D \text{ PESI} \end{array}$$

Además:

$$\begin{aligned} \bullet D - N &= 10878 = 2 \times 3 \times 7^2 \times 37 \\ \bullet \frac{N}{D} &= 0,\overline{xyz \text{ abcdef}} \end{aligned}$$

Para que genere 3 cifras no periódicas y 6 cifras periódicas depende del denominador.

Observe: $D \neq 2; D \neq 3; D \neq 7; D \neq 37$

También: $999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$

$\rightarrow D = 5^3 \times 11 \times 13 = 17875$

$\therefore N = 6997$

Rpta.: E

Resolución 95:

Se tiene:

$$f = \frac{149}{\underbrace{813008130081300\dots}_{\text{CEPREUNI2013}_{(33)} \text{ CIFRAS}}}$$

Observe:

$$813 \times 123 = 99999$$

$$81300813 \times 123 = 9999999999$$

En la fracción dada: $f = \frac{149}{813008130081300\dots}$ (123)

$$f = \frac{18327}{99999\dots99999}$$

$$f = 0,\overline{\dots18327}$$

$$\therefore 1+8+3+2+7 = 21$$

Rpta.: D

Resolución 96: Del enunciado:

• $\frac{a}{b} = 0,\widehat{a}$ (FRACCIÓN IRREDUCTIBLE Y ASUMIMOS PROPIA)

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a}{9} \rightarrow b = 9$$

• a : es el número de divisores propios de un número primo. Sólo $a=1$

$$\bullet \frac{\overline{ba}}{\underbrace{N}_{\text{irreductible}}} = \square, \overline{mnpqrs} = \frac{91}{\underbrace{N}_{N \text{ y } 91 \text{ PESI}}} \rightarrow 7 \times 13$$

Observación: $999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} N = 11 \times 27 \\ N = 11 \times 37 \\ N = 11 \times 27 \times 37 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{En estos casos } \frac{91}{N} \text{ generará} \\ 6 \text{ cifras periódicas.} \end{array}$$

$\therefore N$ toma 3 valores.

Rpta.: C

Resolución 97: Se tiene:

$$f = \frac{17}{19} \quad \text{FRACCIÓN PROPIA E IRREDUCTIBLE}$$

Además el denominador es PESI con 10 $\rightarrow$ generará un periódico puro.

$$\rightarrow \frac{17}{19} = 0,\overline{ab\dots xy}$$

Dividimos para hallar a y b

$$\rightarrow \begin{array}{r} 170 \overline{) 19} \\ 152 \overline{) 0,89} \\ \hline 180 \\ 171 \\ \hline \vdots \end{array} \quad \text{Donde: } a=8 \wedge b=9$$

$$\rightarrow \frac{17}{19} = 0,\overline{\dots xy} = \overline{\dots xy}$$

$$\frac{17}{19} = \frac{\overline{...xy}}{99...99}$$

$$17 \times 99...99 = 19 \times \overline{...xy}$$

$$...83 = 19 \times \overline{...xy}$$

Halleemos x e y

$$\begin{array}{r} \overline{...xy} \times \\ 19 \\ \hline 13 \\ 71 \\ \hline 83 \end{array} \quad \begin{array}{l} \cdot 9y = ...3 \\ y = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \cdot 9x + 6 = ...1 \\ 9x = ...5 \\ x = 5 \end{array}$$

$$\rightarrow \frac{17}{19} = \overline{0,89...57}$$

$$\therefore 8 + 9 + 5 + 7 = 29$$

Rpta.: C

Resolución 98: Tenemos:

$$f = \frac{1}{9} + \frac{5}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \frac{5}{9^4} + \frac{1}{9^5} + \frac{5}{9^6} + \dots$$

ES LA DESCOMPOSICIÓN DE UN NONAVAL
INEXACTO PERIÓDICO PURO

$$f = 0,\overline{15}_9$$

$$\text{Aplicando generatriz} \quad f = \frac{15_9}{88_9} = \frac{1 \times 9 + 5}{9^2 - 1} = \frac{14}{80} = \frac{7}{40}$$

$$\therefore 7 + 40 = 47$$

Rpta.: C

Resolución 99: Por dato:

$$\underbrace{0,\widehat{a}_9}_{\substack{\text{NONAVAL} \\ \text{PERIÓDICO} \\ \text{PURO}}} = \underbrace{0,(\widehat{a-1})b_7}_{\substack{\text{HEPTAVAL} \\ \text{PERIÓDICO} \\ \text{PURO}}} = \frac{p}{q} \quad \text{IRREDUCTIBLE}$$

Aplicando generatriz

$$\rightarrow \frac{a}{8} = \frac{(\widehat{a-1})b_7}{66_7} = \frac{7a + b - 7}{48} = \frac{p}{q}$$

$$\rightarrow 6a = 7a + b - 7$$

$$\rightarrow 7 = a + b$$

q es divisor de 8 y 48

$$\rightarrow q = 8$$

$$\rightarrow \frac{p}{8} = \frac{(a-1)b_7}{66_7} \rightarrow 6p = (a-1)b_7 \quad \text{Sólo: } p=1$$

$$\therefore a+b+p+q = 16$$

Rpta.: E

Resolución 100: Se tiene:

$$\overline{abc}, \overline{c2}_9 = \overline{(c-1)(c-1)}c, \overline{mnpq}_6$$

Se cumple:

$$\bullet \overline{abc}_9 = \overline{(c-1)(c-1)}c_9$$

$$\rightarrow \overline{ab0}_9 = \overline{(c-1)(c-1)}0_9$$

$$\rightarrow \overline{ab}_9 \cdot 9 = \overline{(c-1)(c-1)}_9 \cdot 6$$

$$\rightarrow \overline{ab}_9 \cdot 3 = \overline{(c-1)(c-1)}_9 \cdot 2 = (c-1).11_6 \cdot 2$$

$$\rightarrow \overline{ab}_9 \cdot 3 = (c-1).14 \quad \text{Sólo: } c=4$$

$$\rightarrow \overline{ab}_9 \cdot 3 = 3.14 \rightarrow \overline{ab}_9 = 14 = 15_9$$

$$a = 1 \wedge b = 5$$

Ahora:

$$0, \overline{c2}_9 = 0, \overline{mnpq}_6$$

$$\rightarrow 0,42_9 = 0, \overline{mnpq}_6 = \frac{42_9}{100_9} = \frac{38}{81}$$

$$\rightarrow 0, \overline{mnpq}_6 = \frac{38}{3^4} \frac{(2^4)}{(2^4)} = \frac{608}{6^4}$$

$$\rightarrow 0, \overline{mnpq}_6 = \frac{2452_6}{10000_6} = 0,2452_6$$

$$\rightarrow m=2 \wedge n=4 \wedge p=5 \wedge q=2$$

$$\therefore \underbrace{(m+n+p+q)}_{13} - \underbrace{(a+b+c)}_{10} = 3$$

Rpta.: C

PROBLEMAS PROPUESTOS

- ¿Cuánto le falta a $\frac{4}{9}$ para ser igual a los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{5}{7}$ de los $\frac{6}{11}$ de los $\frac{4}{9}$ de 7?
A) $\frac{3}{11}$ B) $\frac{7}{11}$ C) $\frac{4}{11}$
D) $\frac{8}{11}$ E) $\frac{5}{11}$
- ¿Cuántas fracciones cuyos términos son positivos y se diferencian en 5 unidades, son menores que $\frac{20}{27}$?
A) 11 B) 12 C) 7
D) 14 E) 9
- Determine la cantidad de fracciones propias e irreducibles de denominados 24.
A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9
- Determine la suma de los valores que puede tomar "x", sabiendo que $\frac{x}{24}$ es una fracción propia mayor que $\frac{7}{30}$.
A) 143 B) 186 C) 196
D) 285 E) 261
- calcule una fracción equivalente a $\frac{24}{60}$, tal que la suma de sus términos exceda a su diferencia en 56. Dé la mayor cifra del numerador.
A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5
- ¿Cuántas fracciones de la siguiente forma son irreducibles?
$$F = \frac{\overline{ab}}{\overline{ab} + 132}$$

A) 26 B) 27 C) 28
D) 29 E) 30
- En:
$$S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots (2\overline{aba} + 1)$$
 su-
mandos la diferencia del numerador y denominador de la fracción irreducible de S es múltiplo de 11. calcule (a+b), si $\overline{aba} = 9$
A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14
- De una pipa de vino se saca $\frac{2}{3}$ del contenido menos 40 litros; en una segunda operación se retiran $\frac{2}{5}$ del resto y en una tercera operación se reparte el vino sobrante de la pipa entre 168 personas, dándoles a cada uno $\frac{1}{2}$ litro. ¿Cuántos litros de vino había inicialmente en la pipa?
A) 580 B) 640 C) 450
D) 380 E) 300
- Perdí $\frac{3}{4}$ de lo que tenía; si hubiera perdido lo $\frac{2}{3}$ de lo que perdí tendría S/.600 más de lo que tengo ahora. ¿Cuánto tengo?
A) 2400 B) 1800 C) 300
D) 1200 E) 600

10. Un tonel tiene 100 litros de vino, se saca $\frac{1}{5}$ y se reemplaza con agua. Luego se saca $\frac{1}{5}$ de la mezcla y se reemplaza otra vez con agua. Luego se vuelve a sacar $\frac{1}{4}$ y otra vez se reemplaza con agua. ¿Qué cantidad de vino queda en el tonel al final?

A) 12 B) 14 C) 48
D) 18 E) 20

11. Determine la suma de los términos de la fracción irreducible que da origen a $6,2\overline{4}$

A) 700 B) 618 C) 717
D) 342 E) 239

12. Calcule la última cifra del periodo de $\frac{6}{97}$

A) 6 B) 2 C) 3
D) 8 E) 1

13. Si: $\frac{a}{d} = 0, [abcdef]$ y $a+d=9$

Calcule el valor de "f"

A) 0 B) 2 C) 4
D) 6 E) 8

14. Si: $\frac{a}{11} + \frac{b}{5} = 1,23\overline{6}$

Calcule el valor de $(3a+2b)$

A) 0 B) 2 C) 4
D) 6 E) 8

15. Si: $S = \frac{1}{4} + \frac{3}{8^2} + \frac{1}{4^4} + \frac{3}{8^4} + \frac{1}{4^6} + \frac{3}{8^6} + \dots$

Calcule el valor de "S" y expresarlo al sistema octaval.

A) $0,23_{(8)}$ B) $0,34_{(8)}$ C) $0,21_{(8)}$
D) $0,25_{(8)}$ E) $0,32_{(8)}$

16. ¿Cuántas cifras tiene la parte no periódica de la fracción: $F = \frac{1!}{32!-30!}$?

A) 18 B) 20 C) 23
D) 25 E) 26

17. calcule $(m+n)$, si: $0, mn_{(5)} = 0,68$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

18. Si $\frac{\overline{mn}}{\left(\frac{a}{2}\right)(a+1)}$ es una fracción

irreducible que origina el decimal

$0, a\overline{(c+2)(a+2)}$, calcule $\overline{mn}$

A) 22 B) 23 C) 24
D) 25 E) 26

19. calcule la parte periódica de una decimal periódico mixto, tal que su periodo sea el doble de la parte no periódica y que dicho decimal proviene de una fracción propia irreducible de denominador 220. Dé como respuesta la suma de cifras.

A) 22 B) 23 C) 24
D) 25 E) 26

20. Existe una fracción equivalente a $0,4\overline{18}$ tal que la suma de sus términos es un múltiplo de 91 comprendido entre 1 200 y 2 000. El numerador es:
- A) 324 B) 243 C) 681
D) 483 E) 565
21. Una fracción $\frac{a}{b}$ aumenta en su séptima parte si al numerador y al denominador se le agrega la cuarta parte de su denominador. Halle $a+b$.
- A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20
22. Determine la fracción equivalente a $\frac{2}{9}$ cuyo numerador esté comprendido entre 15 y 35 y el denominador entre 50 y 75.
- A) $\frac{15}{70}$ B) $\frac{26}{52}$ C) $\frac{13}{72}$
D) $\frac{16}{72}$ E) $\frac{19}{74}$
23. ¿Cuántas fracciones irreducibles, cuyo numerador es 40 están comprendidas entre $\frac{5}{9}$ y $\frac{8}{9}$?
- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14
24. En una reunión los $\frac{2}{3}$ son mujeres y los $\frac{3}{5}$ de los varones son casados, mientras que los otros 6 son solteros. el total de personas es:
- A) 45 B) 36 C) 30
D) 25 E) 15
25. Un niño pierde $\frac{2}{3}$ de las canicas que tenía, y luego pierde $\frac{3}{4}$ de las que le quedaban. En total perdió 33 canicas. ¿Cuántas canicas tenía inicialmente?
- A) 36 B) 39 C) 42
D) 45 E) 60
26. Un estanque puede ser llenado por un caño A en 15 horas, y por un caño B en 10 horas, y luego puede ser vaciado por una tubería C en 12 horas. Si A y B trabajan juntos 2 horas y luego se cierran y se abre C, señale en cuántas horas se vaciará el estanque.
- A) 3 B) 5 C) 4
D) 8 E) 1
27. Trabajando juntos, tres obreros pueden realizar una obra en 4 días. Se sabe que el primer obrero trabajando solo realizaría la obra en 9 días, y el segundo trabajando solo terminaría la obra en 12 días. ¿En cuántos días, trabajando solo, realizaría la obra el tercer obrero?
- A) 15 B) 17,5 C) 18
D) 18,5 E) 20
28. Simplifique:
- $$\frac{1}{0,333...} + \frac{1}{\frac{1}{0,5} - 0,4} - 0,625$$
- A) 0,0 B) 1,0 C) 2,0
D) 2,5 E) 3,0

29. Una fracción equivalente a $0,4545454\ldots$ es tal, que el M.C.M de sus términos es 935.

Indique la suma de sus términos.

A) 288 B) 320 C) 272
D) 368 E) 464

30. Un número dividido entre 37 origina un decimal de la forma $0,\overline{a(a-1)(a+1)}$
Halle el valor de la suma de las cifras del número.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 9

31. Halle $\overline{mmm} + \overline{nn}$, si $\frac{1}{m} + \frac{7}{n} = 1,65$

A) 498 B) 499 C) 488
D) 399 E) 166

32. Halle una fracción tal que al restarle su inversa de por resultado 1,2878787....

A) $\frac{11}{6}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{13}{7}$

33. Los términos de una fracción propia se diferencia en 7 y su producto es 330. Dé la suma de términos de dicha fracción.

A) 15 B) 20 C) 25
D) 36 E) 37

34. ¿Cuántas fracciones de la forma $\frac{N}{10^2}$ se encuentran entre $\frac{3}{20}$ y $\frac{7}{25}$?

A) 15 B) 20 C) 25
D) 36 E) 37

35. ¿Para cuántos valores de p menores que 28 la fracción $f = \frac{p^2 + 28p}{p+1}$ es reductible?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

36. Se tiene tres frascos de un litro cada uno con sustancias diferentes. Se extraen $\frac{2}{30}$; $\frac{6}{20}$ y $\frac{12}{75}$ de cada uno,

respectivamente; pero luego se desea distribuir el contenido restante (sin mezclar las sustancias) en frascos cuya capacidad sea una fracción de litro, sin desperdiciar nada del contenido de las sustancias. Dado que cada frasco está lleno, ¿cuántos frascos se utilizará si esta cantidad tiene que ser la menor posible?

A) 50 B) 51 C) 52
D) 53 E) 54

37. Calcule el valor de N , si:

$$N = (0,90) \times (0,90) \times (0,91\overline{6}) \times \dots \times (0,98) \times (0,99)$$

A) 0,09 B) 0,08 C) 0,05
D) 0,13 E) 0,18

38. Halle la suma de cifras del numerador de la generatriz cuyo denominador es 66, sabiendo que la fracción decimal es de la forma:

$$0,\overline{a(a-2)0(a-2)0(a-2)0\ldots}$$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

39. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles de denominador 275 existen y que sean tales que en su desarrollo decimal la parte no periódica exceda en 12 a la parte periódica?
- A) 6 B) 8 C) 9
D) 11 E) 13
40. Halle un número $\overline{ab}$ tal que $\frac{1}{ab}$ genera un decimal periódico mixto con b cifras en la parte no periódica y $(a+1)$ cifras en el período. Calcule $a \times b$
- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14
41. Expresé $0,34_{(9)}$ en base 9 y dé como respuesta la suma de las tres primeras cifras.
- A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19
42. Calcule la suma de los infinitos términos dados, y dé como respuesta la suma de términos de la fracción irreducible que se obtiene.
- $$E = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^4} + \dots$$
- A) 16 B) 19 C) 20
D) 35 E) 36
43. Si, $0,5\overline{ab}_{(a)} = 0,6\overline{c}_{(7)}$, además $a \neq c$ exprese $\overline{bca}_{(9)}$ en base 27 y dé como respuesta la suma de sus cifras.
- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11
44. Si $\frac{64}{K}$ es una fracción propia e irreducible mayor que $\frac{4}{15}$. ¿Cuántos valores puede tomar "K"?
- A) 97 B) 79 C) 88
D) 83 E) 93
45. Si $K \in \mathbb{Z}$, tal que $\frac{7K^2 - 5K}{K+1} \in \mathbb{Z}$. Halle la suma de todos los valores de K.
- A) 12 B) -11 C) 11
D) 10 E) -12
46. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles con denominador 94, son mayores que $\frac{85}{107}$?
- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11
47. ¿Cuántas fracciones equivalentes a $\frac{68}{119}$ existen que sean de la forma $\frac{\overline{ab}}{ba}$?
- A) 3 B) 5 C) 6
D) 7 E) 4
48. Sea $\frac{a}{b}$ una fracción equivalente a $\frac{7}{3}$. Si el producto de los términos de $\frac{a}{b}$ es múltiplo de 49, halle el menor valor de $(a+b)$.
- A) 10 B) 60 C) 21
D) 49 E) 70

49. Halle el producto de la menor y mayor fracción en el conjunto de las fracciones menores que $\frac{7}{8}$, cuyos términos son números enteros positivos y consecutivos.

A) $\frac{9}{11}$ B) $\frac{23}{15}$ C) $\frac{5}{4}$

D) $\frac{13}{10}$ E) $\frac{3}{7}$

50. ¿Cuántas fracciones impropias e irreducibles positivas menores que $\frac{7}{2}$ y con denominador igual a 6 existen?

A) 3 B) 4 C) 7
D) 5 E) 6

51. En un examen de selección, Rosa empleó 10 minutos en la lectura de los problemas, $\frac{1}{8}$ del tiempo restante en resolver los problemas y $\frac{2}{3}$ del tiempo asignado para el examen en marcar las claves. Si entregó su prueba 10 minutos antes de la hora señalada para la finalización del examen, ¿cuál fue el tiempo asignado para el examen?

A) 30 min B) 120 min C) 60 min
D) 40 min E) 90 min

52. Lucho le pregunta a Vicky: "¿cuánto has gastado de los \$720 que te di?". Y ella le contesta: "he gastado las $\frac{3}{5}$ partes de lo que no he gastado". ¿Cuánto gastó Vicky?

A) \$290 B) \$480 C) \$370
D) \$300 E) \$270

53. En las elecciones para elegir presidente regional, los votos fueron a favor de "ALFA", "Viva el Perú" y el resto en blanco. "ALFA" ganó las elecciones por una diferencia de votos que era la cuarta parte de los votos obtenidos por "Viva el Perú" o igual a la tercer parte de los votos en blanco. ¿Qué fracción del total representan los votos a favor de "Viva el Perú"?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

54. María fue al mercado con S/.102 y gastó la tercera parte de los dos quintos de lo que no gastó. Halle el triple de lo que gastó.

A) S/.90 B) S/.42 C) S/.96
D) S/.36 E) S/.24

55. En la venta de un automóvil se pensó ganar la mitad de lo que costó. Pero al venderlo se ganó \$900, que es la tercera parte de lo que se pensó ganar. ¿Cuánto costó el automóvil?

A) \$3600 B) \$4800 C) \$7200
D) \$6000 E) \$5400

56. Si de un tonel lleno de vino se extraen $\frac{2}{5}$ de lo que no se extrae y se llena de agua. Si esta operación se realiza tres veces, ¿qué fracción del volumen de agua es el volumen de vino al final?

A) $\frac{85}{109}$ B) $\frac{125}{218}$ C) $\frac{31}{41}$

D) $\frac{43}{31}$ E) $\frac{5}{7}$

57. Si la fracción $\frac{296}{2^a \times 5^b \times 3^{29}}$ genera un número decimal periódico mixto con cuatro cifras en la parte no periódica, halle el mayor valor de $(a+b)$.

A) 10 B) 12 C) 11
D) 9 E) 7

58. Determine el número de cifras no periódicas del decimal que genera $\frac{8}{12000}$.

A) 3 B) 2 C) 5
D) 6 E) 4

59. Halle la suma de las dos últimas cifras del periodo decimal generado por la fracción $\frac{75}{103}$.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

60. Si: $\frac{13}{5^a \times 101} = 0,0r\widehat{st}u$
Halle el valor de $t+u-r-s$.

A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

61. Si $\frac{N}{66} = 0, a(a-2)0(a-2)0(a-2)0\dots$

Halle la suma de las cifras de N.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

62. Si $\frac{N}{M} = 0, \widehat{abcdef}$ y $N+M = 85$

Halle el valor de $(M-N)$.

A) 79 B) 80 C) 81
D) 76 E) 82

63. Si: $a + \frac{b}{36} + \frac{c}{216} + \frac{d}{1296} = \frac{187}{528}$

donde a, b, c y d son cifras menores que 6, halle el valor de $(a+b+c+d)$.

A) 11 B) 10 C) 8
D) 9 E) 12

64. Si $0,25_{(n)} = 0,3\widehat{ab}_{(8)}$
halle el valor de $(a+b+n)$.

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

65. Si $\frac{x}{7} + \frac{y}{49} + \frac{z}{343} + \frac{w}{2401} = \frac{415}{2401}$

donde x, y, z, w son cifras menores que 7, halle el valor de $x+y+z+w$.

A) 2 B) 1 C) 0
D) -1 E) -2

66. Indique la secuencia correcta de valores de verdad, de las siguientes proposiciones:

I. $\left[\frac{3}{5}\right] + \left[\frac{2}{5}\right] = [1]$

II. $\left[\frac{4}{7}\right] - \left[\frac{12}{21}\right] = [0]$

III. Si $\left[\frac{a}{b}\right] \cap \left[\frac{b}{a}\right] \neq \emptyset$ entonces $a^2 = b^2$,
donde $a, b \in \mathbb{Z} - \{0\}$

IV. $[1] = N$, donde $N =$ conjunto de los naturales.

A) VVVV B) FFFF C) VVVF
D) VFFF E) VFVF

67. De las siguientes proposiciones, ¿cuáles son verdaderas?

I. El conjunto de los números racionales no es continuo pero sí es denso en los números reales.

II. En el conjunto de los números irracionales, las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división no poseen la ley de clausura.

III. Si un número tiene infinitas cifras no periódicas, entonces es un número irracional.

- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) Todas E) Ninguna

68. Si a la fracción $\frac{11}{7}$ se le agrega m unidades al numerador y n unidades al denominador obtenemos $\frac{7}{11}$.

Calcule el menor valor de $m+n$ si m y n son PESI.

- A) 18 B) 36 C) 54
D) 3 E) 17

69. Si $\frac{5a+6b}{14a+13b} \in \left[\frac{a}{b}\right]$;

determine el valor de $b-a$.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

70. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles de denominador 35 existen tal que sean mayores que $\frac{1}{4}$ y menores que $\frac{2}{3}$?

- A) 6 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

71. ¿Cuántos elementos $\frac{a}{b} \in \left[\frac{2}{7}\right]$ existen, tal que $a < 20$ y $b > -20$?

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 13 E) 15

72. ¿Para cuántos números enteros N entre 1 y 1990 sucede que el numerador y denominador de la fracción impropia $\frac{N^2+7}{N+4}$ no son primos relativos?

- A) 83 B) 84 C) 85
D) 86 E) 87

73. ¿Cuántos valores puede tomar n , si $\frac{n}{24}$ es propia y reducible mayor que $\frac{3}{7}$?

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

74. Determine la suma de cifras de la diferencia de los cuadrados de los términos de una fracción perteneciente a $\left[\frac{12}{54}\right]$ tal que la diferencia de términos de dicha fracción es $\frac{1}{49}$; siendo el denominador $\frac{1}{5}$ y su numerador lo menor posible para 8.

- A) 14 B) 16 C) 17
D) 19 E) 23

75. Aumentando el dividendo de una división en sus $\frac{2}{5}$ y el divisor en sus $\frac{3}{10}$, el cociente aumenta en 17 unidades, ¿cuál era el cociente antes de aumentar sus términos?

- A) 172 B) 191 C) 201
D) 221 E) 372

76. Si: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots$; y
 $(n-1)$ SUMANDOS

$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \dots$, además
 $(\frac{n-2}{2})$ SUMANDOS

MCM(A;B)=171, calcule el número de divisores comunes que tienen $49n$ y 280.

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 48 E) 82

77. Si $\sqrt{5} = [a_1; a_2; a_3; a_4; \dots]$ halle el menor valor de $K \in \mathbb{N}$ tal que $[a_1; a_2; a_3; \dots; a_k]$ aproxima con 4 cifras exactas al número irracional $\sqrt{5}$.
 Dé como respuesta $\sum_{i=1}^k a_i$.

- A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

78. Cada vez que José apuesta pierde los $\frac{2}{3}$ de lo que no pierde. Si después de perder 3 veces consecutivas todavía le quedan 540 soles, ¿con cuántos soles comenzó a apostar?

- A) 2000 B) 2400 C) 2500
D) 3000 E) 3200

79. De un tonel que contiene 204 litros de vino, se sacan 35 litros que se reemplazan por agua, se hace lo mismo con la mezcla por segunda y tercera vez. ¿Qué cantidad de vino (en litros) queda en el tonel después de la tercer operación?

- A) 115,98 B) 112,46 C) 109,5
D) 102,5 E) 98,8

80. Un tanque está lleno con agua salada; primero se extrae $\frac{1}{5}$, luego se extrae $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba y finalmente se extrae la mitad de lo que aún quedaba. Si al final quedan 400 litros. ¿Cuál es el volumen (en litros) del tanque?

- A) 1000 B) 1500 C) 2000
D) 3000 E) 3500

81. Tres cuadrillas A; B y C pueden ejecutar una obra. Las cuadrillas A y B juntas pueden hacer la obra en 15 horas; A y C juntas en $13\frac{11}{13}$ horas; B y C juntas en $25\frac{5}{7}$ horas. Si se contrata $\frac{1}{3}$ de la cuadrilla A, $\frac{2}{5}$ de la cuadrilla B y $\frac{1}{4}$ de C. ¿En cuántas horas hacen la obra trabajando juntas?

- A) $25\frac{5}{7}$ B) $28\frac{2}{7}$ C) $30\frac{2}{17}$
D) $34\frac{8}{13}$ E) $40\frac{3}{5}$

82. Indique la secuencia de los respectivos valores de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $3,9 = 4$

II. $1,0110111101111\dots$ es irracional.

III. $Q = \left\{ \left[\frac{m}{n} \right] / m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{N} \right\}$

IV. Un número racional y una fracción son equivalentes.

- A) VVVV B) VVFF C) FVVF
D) FVFF E) VFFF

83. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes proposiciones.

I. Si $\frac{1a}{ab} = 0, \overline{mnp}$,

entonces $a+b+m+n+p=18$

II. Si $\frac{N}{D} = 0, \overline{ab}$, D toma un único valor.

III. Si $\frac{16}{46} = 0, \overline{a...b}$, entonces $a+b=7$.

- A) VFV B) FFV C) FVV
D) VVV E) VVF

84. Si se cumple que $\frac{yt}{xy} = 0, \overline{mcdx}$
¿Cuánto es $(m+c+d+u)$?

- A) 10 B) 12 C) 14
D) 15 E) 16

85. Si $a, \overline{b5 \times b, 7} = (a+2), \overline{a57}$
Calcule $a+b$.

- A) 6 B) 4 C) 2
D) 5 E) 8

86. Si $\frac{a}{bc} = 0, \overline{mn}$ y $\frac{c}{ab} = 0, \overline{pxyz}$

donde las fracciones son irreducibles;
calcule $(a+b+c)$

- A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

87. Si $E = \frac{4 + \overline{ba}}{ab} = 2, \overline{ocd}$

es irreducible y $\overline{ab}$ es el menor
posible, entonces el resultado de
 $(a+b+c+d)$ es:

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 14 E) 15

88. Siendo $\frac{a}{11} + \frac{b}{9} = 0, \overline{(a+1)(a+b)}$

Halle la suma de las cifras de $a \times b$

- A) 1 B) 2 C) 5
D) 8 E) 10

89. Si $\frac{N}{D} = 0, \overline{a(3b)c6} = 0, \overline{eeb_{(a-b)}}$

y $N+D = \overline{pq}$, siendo $\frac{N}{D}$ irreducible
y N primo; calcule $\frac{N}{p \times q}$

- A) 12 B) 14 C) 18
D) 20 E) 21

90. Si $\frac{\overline{bb}}{(b+1)(4b+1)(4b+1)} = c, \overline{abde}$,

determine cuántos cubos perfectos
existen entre $\overline{bab}$ y $\overline{ebda}$.

- A) 13 B) 12 C) 10
D) 15 E) 16

91. Si la fracción irreducible $\frac{a(b-7)b}{ab(b-2)}$

genera un decimal de la forma $0, \overline{bcab}$
calcule la suma de las dos últimas

cifras que genera $\frac{a(b-1)}{b^{bab}}$

- A) 10 B) 12 C) 8
D) 9 E) 6

92. Si n es la cantidad de cifras de la parte
no periódica y m la cantidad de cifras
de la parte periódica de $\frac{13 \times 17}{7^3 \times 5 \times 19}$

en la base 7; halle el valor de $(m-n)$

- A) -9 B) 0 C) 9
D) 12 E) 15

93. Si la fracción $\frac{5}{a9}$ genera un decimal donde las 3 últimas cifras del periodo es 655. Calcule el valor de a.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

94. En qué cifra termina el periodo de la fracción siguiente $\frac{41}{37^{247}}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 9

95. Si la fracción $\frac{2011}{1309}$ se representa en el sistema de numeración de base 9, entonces la cantidad de cifras de su parte periódica es:

A) 120 B) 240 C) 260
D) 270 E) 280

96. La suma del numerador y denominador de una fracción equivalente a $0,7\overline{a}$ es 212. En su desarrollo como fracción continua se obtiene $[0;x;y;z]$, el valor de $(a+x+y)$ es:

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

97. La fracción irreducible impropia $\frac{N}{D}$ genera un decimal inexacto mixto con una cifra en la parte periódica y una cifra en la parte no periódica. Si N es par, además N y D son mínimos. Calcule $a+b+c+d+e$, sabiendo:

$$\sqrt{N+1} = [a, b] ; \sqrt{D} = [c, d, e]$$

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

98. ¿Cuánto le falta a la fracción generatriz de $0,62_8$ para ser igual a la fracción generatriz de $0,34_5$?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{1}{96}$ C) $\frac{1}{32}$
D) $\frac{5}{48}$ E) $\frac{1}{16}$

99. Calcule el valor numérico de la suma

$$E = \frac{2}{8} + \frac{5}{8^2} + \frac{2}{8^3} + \frac{5}{8^4} + \dots$$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{3}{8}$
D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

100. Si $\frac{(n-2)0_n}{a0(n-1)_n} = 0,\overline{bcd0e\dots}_{(n-1)}$

y la suma de términos de la fracción

$$\frac{(n-2)0_n}{a0(n-1)_n} \text{ es } 65.$$

$$a0(n-1)_n$$

Calcule $a+b+c+d+e+n$

A) 18 B) 13 C) 22
D) 20 E) 24



CLAVES

1	C
2	D
3	D
4	E
5	B
6	B
7	D
8	E
9	E
10	C
11	E
12	B
13	C
14	D
15	A
16	E
17	B
18	C
19	D
20	D
21	D
22	D
23	B
24	A
25	A

26	D
27	C
28	E
29	C
30	A
31	B
32	A
33	E
34	C
35	C
36	D
37	A
38	C
39	C
40	A
41	D
42	B
43	D
44	C
45	E
46	D
47	E
48	E
49	E
50	D

51	E
52	E
53	D
54	D
55	E
56	B
57	C
58	A
59	C
60	A
61	C
62	A
63	D
64	D
65	B
66	A
67	D
68	C
69	D
70	D
71	B
72	D
73	A
74	E
75	D

76	C
77	D
78	C
79	A
80	D
81	D
82	D
83	B
84	C
85	B
86	B
87	D
88	A
89	A
90	A
91	D
92	B
93	C
94	A
95	A
96	A
97	C
98	B
99	A
100	D

EXÁMENES DE
ADMISIÓN
UNIV. - UNMSM

UNI - 2012 - I

PROBLEMA 01: Al multiplicar un número de 5 cifras por 101 se obtiene un nuevo número cuyas últimas cifras son 8513. Se sabe también que el número inicial tiene todas sus cifras distintas. Indique la cantidad de números que cumplen la condición descrita.

A) 2

B) 3

C) 5

D) 7

E) 8

Resolución:Sea $\overline{abcde}$ un numeral de 5 cifras diferentes.

Por dato:

$$\overline{abcde} \times 101 = \dots 8513$$

Expresemos en forma vertical.

$$\begin{array}{r} \overline{abcde} \times \\ \quad 101 \\ \hline \overline{abcde} \\ 00000 \\ \hline \overline{abcde} \\ \hline \dots 8513 \end{array}$$

Observemos:

$$e=3 \ ; \ d=1$$

$$c+e = \dots 5 \ \text{y} \ b+d = \dots 8$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow \downarrow & \downarrow \downarrow \\ 2 \ 3 & 7 \ 1 \end{array}$$

Luego:

$$\begin{array}{c} \overline{abcde} = \overline{a7213} \\ \downarrow \\ \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Existen 5 valores} \\ \text{para la cifra } a \end{array} \end{array}$$

 $\therefore$ Existen 5 números que cumplen con la condición.**Rpta.: C**

PROBLEMA 02:

En una proporción geométrica de razón $\frac{5}{4}$, la suma de los términos es 45 y la diferencia de los consecuentes es 4. Halle el mayor de los términos de la proporción.

A) 12

B) 15

C) 16

D) 18

E) 20

Resolución:

Sea la proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \left(\frac{5}{4} \right)_{\text{razón}}$$

La proposición anterior se puede escribir como:

$$\frac{5m}{4m} = \frac{5n}{4n} = \frac{5}{4}$$

Por dato:

$$\begin{aligned} &\text{SUMA DE TÉRMINOS} \\ \bullet \quad &5m + 4m + 5n + 4n = 45 \\ &\rightarrow m + n = 5 \quad (I) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{DIFERENCIA DE CONSECUTIVOS} \\ \bullet \quad &4m - 4n = 4 \\ &\rightarrow m - n = 1 \quad (II) \end{aligned}$$

De (I) y (II) se obtiene que:

$$m = 3 \wedge n = 2$$

$\therefore$ Finalmente, el mayor de los términos es $5m = 15$

Rpta.: B

PROBLEMA 03:

Determine los litros de agua que contiene un recipiente de 17 litros de leche adulterada con agua y que pesa 17,32kg, si un litro de leche pura pesa 1,032kg y un litro de agua pesa 1kg.

A) 5

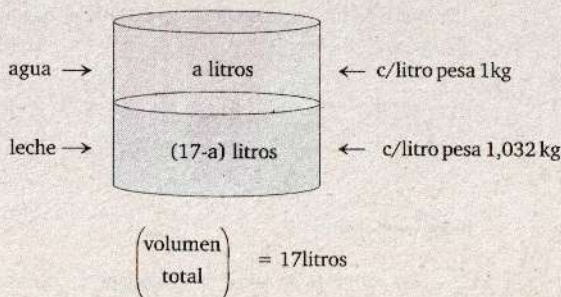
B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

Resolución: Sea la proporción:



Luego en la mezcla tenemos:

$$a(1) + (17-a)(1,032) = 17,32$$

$$a = 7$$

Rpta.: C

PROBLEMA 04:

Mi padre que nació en la primera mitad del siglo 20 afirma que en el año x^2 cumplió $\frac{x}{4}$ años. Determine la edad que tuvo en el año 2008.

A) 83

B) 86

C) 88

D) 90

E) 92

Resolución: Tenga en cuenta:

$$\text{año de nacimiento} + \text{edad} = \text{año actual}$$

Sea:

Por dato tenemos lo siguiente:

- El año de nacimiento se encuentra en la primera mitad del siglo 20.

$$\rightarrow 1900 < \overline{19ab} < 1950 \quad (I)$$

$$\bullet \overline{19ab} + \frac{x}{4} = x^2$$

$$\rightarrow \overline{19ab} = x^2 - \frac{x}{4} \quad (II)$$

Reemplazando (II) en (I) tenemos:

$$1900 < \underbrace{x^2 - \frac{x}{4}}_{\in \mathbb{Z}} < 1950$$

Observe que $x = 44$, entonces el único valor de x que verifica la desigualdad es 44.

Luego, en (II) se tiene que:

$$\overline{19ab} = 44^2 - \frac{44}{11} = 1925 \quad (\text{año de nacimiento})$$

$\therefore$ Por lo tanto, la edad que tuvo en el 2008 es $2008 - 1925 = 83$ años

Rpta.: A

PROBLEMA 05:

Determine cuántos de los siguientes números racionales $\frac{157}{125}, \frac{786}{625}, \frac{253}{200}, \frac{2519}{2000}$ pertenecen al intervalo $\left[\frac{503}{400}, \sqrt[3]{2} \right]$

- A) Ningún número
D) Sólo tres números

B) Sólo un número

- C) Sólo dos números
E) Todos los números

Resolución:

Se tienen los siguientes números racionales:

$$\bullet \frac{157}{125} = 1,256 \quad (I)$$

$$\bullet \frac{786}{625} = 1,2576 \quad (II)$$

$$\bullet \frac{253}{200} = 1,265 \quad (III)$$

$$\bullet \frac{2519}{2000} = 1,2595 \quad (IV)$$

Además, el intervalo es: $\left\langle \frac{503}{400} ; \sqrt[3]{2} \right\rangle$
 $\underbrace{\quad}_{1,2575} \quad \underbrace{\quad}_{1,2599...}$

Observe que (II) y (IV) pertenecen al intervalo dado.

∴ Sólo dos números

Rpta.: C

PROBLEMA 06:

El dueño de un concesionario automotriz desea vender todos los autos que le quedan, los cuales son de diferentes modelos, pero en el salón de exhibición entran sólo 3 autos, el dueño calcula que existen 210 maneras diferentes de ordenar la exhibición. ¿Cuántos autos le quedan por vender?

A) 4

B) 5

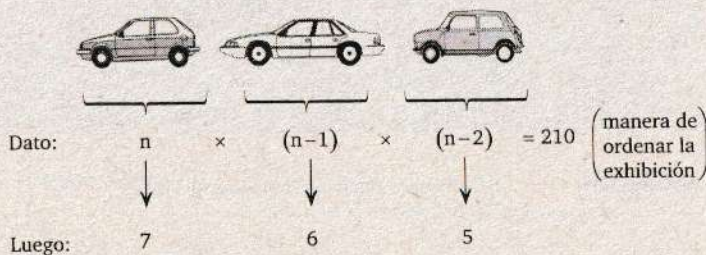
C) 6

D) 7

E) 8

Resolución:

Supongamos que son n autos los que le quedan, pero se exhiben de 3 en 3 (interesa el orden).



∴ Le quedan 7 autos por vender.

Rpta.: D

PROBLEMA 07: La municipalidad de Lince busca mejorar la ornamentación de sus dos avenidas principales, de 2520 m y 2000 m, colocando murales equidistantes entre sí de tal forma que haya un mural al inicio y otro al final de cada avenida. Se sabe que para la colocación de cada mural se necesitan al menos 3 trabajadores, quienes percibirán S/.50 cada uno. Calcule la cantidad mínima de trabajadores que debe contratar la municipalidad de Lince para este trabajo.

A) 320

B) 330

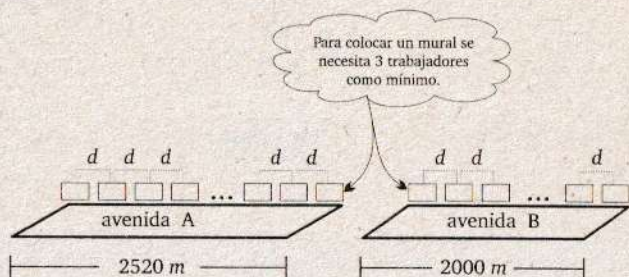
C) 345

D) 365

E) 380

Resolución:

Sea d la distancia que existe entre dos murales.
Gráficamente se tendría:



Como se desea la cantidad mínima de trabajadores, entonces la distancia d entre murales debe ser la máxima; además, es el divisor común de 2520 y 2000.

Entonces:

$$d = \text{MCD}(2520; 2000)$$

$$d = 40\text{m}$$

Luego:

	cantidad de murales		cantidad de trabajadores
Avenida A:	$\frac{2520}{40} + 1 = 64$	$\rightarrow$	$64 \times 3 = 192$
Avenida B:	$\frac{2000}{40} + 1 = 51$	$\rightarrow$	$51 \times 3 = 153$

$\therefore$ Por tanto, el total de trabajadores es $192 + 153 = 345$.

Rpta.: C

PROBLEMA 08: Determine la cantidad de números $\overline{abc} = \overset{o}{12}$ tal que $a+b+c=12$.

A) 12

B) 13

C) 14

D) 16

E) 17

Resolución:

Buscamos números que cumplan las condiciones:

$$\overline{abc} = \overset{o}{12} \wedge a+b+c=12$$

Entonces:

$$\overline{abc} = \overset{o}{4}$$

$$\overline{bc} = \overset{o}{4}$$

↓
par: 0; 2; 4; 6; 8

^

$$a+b+c=12$$

↓ ↓ ↓

8 4 0

6 6

4 8

.....

9 1 2

7 3

5 5

3 7

1 9

.....

8 0 4

6 2

4 4

2 6

.....

5 1 6

3 3

1 5

.....

4 0 8

2 2

$\overline{abc}$
toma
17
valores

Rpta.: E

UNMSM - 2012 - I

PROBLEMA 09: Para llegar a su colegio, un alumno debe dar 560 pasos. ¿Cuántos minutos demorará en llegar, si da dos pasos en la cuarta parte de medio minuto?

A) 34 min

B) 36 min

C) 33 min

D) 37 min

E) 35 min

Resolución:

Tenemos:

$$2 \text{ pasos} \rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \text{ minuto}$$

$$560 \text{ pasos} \rightarrow x \text{ minutos}$$

Por tanto:

$$x = \frac{560 \times \frac{1}{8}}{2} = 35 \text{ minutos}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 10: Se tiene una bolsa de caramelos, donde "n" tienen sabor a limón, 5n sabor a fresa y 3n sabor a piña. ¿Cuál es la mínima cantidad de caramelos que se debe extraer de la bolsa para tener la certeza de haber extraído, al menos $\frac{n}{2}$ caramelos de cada sabor?

A) $\frac{17}{2}n$

B) $\frac{11}{2}n$

C) $\frac{7}{2}n$

D) $\frac{15}{2}n$

E) $\frac{13}{2}n$

Resolución:

En el peor de los casos:

Limón:	n	→	$\frac{n}{2}$
Fresa:	5n	→	5n
Piña:	3n	→	3n

$$5n + 3n + \frac{n}{2} = \frac{17n}{2}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 11:

En un zoológico hay cuatro tortugas: Flash, Meteoro, Rayo y Viento. Viento tiene 32 años más que Meteoro, pero 14 menos que Flash; Rayo tiene tantos años como la suma de las edades de Viento y Meteoro. Si dentro de 25 años la suma de las edades será igual a dos siglos y medio, ¿qué edad tiene Rayo?

A) 40 años

B) 38 años

C) 62 años

D) 48 años

E) 20 años

Resolución:

Por dato:

	Presente	Futuro
Flash	$x + 46$	$x + 71$
Rayo	$2x + 32$	$2x + 57$
Meteoro	x	$x + 25$
Viento	$x + 32$	$x + 57$

25

Luego:

$$5x + 210 = 250$$

$$5x = 40$$

$$x = 8$$

$$\therefore \text{Edad de Rayo} = 2(8) + 32 = 48$$

Rpta.: D**PROBLEMA 12:**

Un cubo de madera de 2 m de arista es cortado en cubitos de 2,5 cm de arista. Los cubitos obtenidos son colocados en línea recta, juntos, uno a continuación de otro sobre un plano horizontal, formando una fila. Halle la longitud de la fila.

A) 256 km

B) 51,2 km

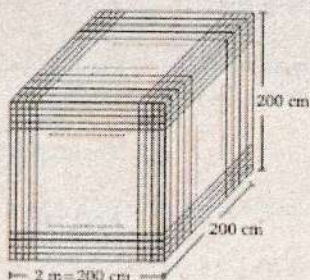
C) 128 km

D) 5,12 km

E) 12,8 km

Resolución:

Por dato:



$$\text{N}^\circ \text{ Cubos x-Aristas: } \frac{200}{5} \times 2 = 80 \text{ cubos}$$

$$\text{N}^\circ \text{ Cubos en total: } 80 \times 80 \times 80 = 512 \times 1000 \text{ cubos}$$

$$\begin{aligned} \text{Longitud total: } & 512 \times 1000 \times \frac{5}{2} \text{ cm} \\ & = 256 \times 5000 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{256 \times 5000}{100 \times 1000} = \frac{1280}{100} = 12,8 \text{ km}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 13:

Un sapo se dirige dando saltos desde el punto A hacia el punto B, distante entre sí 100 cm. Si entre ambos puntos está el punto C a 12,5 cm de B, ¿con cuántos saltos llegará a C, si en cada salto avanza la mitad de la distancia que le falta para llegar a B?

A) 4

B) 3

C) 6

D) 5

E) 2

Resolución:

Para llegar al punto C debe avanzar una distancia de $100 - 12,5 = 87,5$.
Calculemos cuánto avanza después de cada salto.

$$\text{Primer salto: } \frac{100}{2} = 50 \text{ cm, aún le faltan } 50 \text{ cm.}$$

Segundo salto: $50 + \frac{50}{2} = 50 + 25 = 75 \text{ cm}$, aún le faltan 25 cm.

Tercer salto: $75 + \frac{25}{2} = 75 + 12,5 = 87,5 \text{ cm}$, ya llegó a C.

∴ Por lo tanto debe dar 3 saltos.

Rpta.: B

PROBLEMA 14: El cuadrado de un número primo "p" sumado con el cuadrado del consecutivo a "p", más 80, es un número de tres cifras, igual al cuadrado de otro número primo. Halle la suma de cifras de "p"

A) 11

B) 5

C) 8

D) 9

E) 10

Resolución:

Por dato:

$$p^2 + (p+1)^2 + 80 = q^2 = \overline{abc}$$

$$p^2 + p^2 + 2p + 1 + 80 = q^2$$

$$2p^2 + 2p = q^2 - 81$$

$$2p(p+1) = (q+9)(q-9)$$

$$2p = q+9 \quad (I)$$

$$p+1 = q-9 \quad (II)$$

Resolviendo:

$$p = 19 \quad \wedge \quad q = 29$$

Nos piden:

$$1+9 = 10$$

Rpta.: E

PROBLEMA 15: ¿Cuál es la cifra de las unidades del número $M = 117^{314} \times 314^{117}$?

- A) 4 B) 8 C) 6
D) 7 E) 2

Resolución: Por dato: $M = 117^{314} \times 314^{117}$

Como nos piden solo la cifra de las unidades, analizamos:

$$7^{314} = (7^4)^{78} \times 7^2 = (\dots 1) \times (\dots 9) = \dots 9$$

$$4^{117} = (4^2)^{58} \times 4^1 = (\dots 6) \times (\dots 4) = \dots 4$$

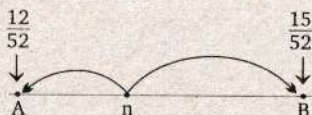
$$M = (\dots 9)(\dots 4) = \dots 6$$

Rpta.: C

PROBLEMA 16: Si A y B son puntos en la recta numérica correspondientes a los números $\frac{3}{13}$ y $\frac{15}{52}$ respectivamente, halle el mayor número que le corresponde a un punto sobre la recta, cuya distancia a A es la mitad de su distancia a B.

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{9}{52}$ C) $\frac{3}{10}$
D) $\frac{7}{26}$ E) $\frac{8}{26}$

Resolución:



Por dato:

$$n - \frac{12}{52} = \frac{1}{2} \left(\frac{15}{52} - n \right)$$

$$n = \frac{13}{52} < \frac{1}{4}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 17: Si la suma de los complementos aritméticos de los $\overline{xy}$, $\overline{yx}$ es 79; halle $x+y$.

A) 10

B) 9

C) 12

D) 11

E) 13

Resolución:

Tenemos:

$$C.A(\overline{xy}) + C.A(\overline{yx}) = 79$$

$$100 - \overline{xy} + 100 - \overline{yx} = 79$$

$$\overline{xy} + \overline{yx} = 121$$

Por descomposición polinómica:

$$10x + y + 10y + x = 121$$

$$11x + 11y = 121$$

$$x + y = 11$$

Rpta.: D

PROBLEMA 18: Si $x; y; z; \dots$ es una progresión aritmética y
 $x-4; x; x+2; \dots$
 $y+1; 3y; 9y-6; \dots$
 son progresiones geométricas, halle el valor de z .

A) 10

B) 8

C) 12

D) 14

E) 16

Resolución:

Si:

$$x-4; x; x+2; \dots$$

$$y+1; 3y; 9y-6; \dots$$

Son progresiones geométricas, se cumple:

$$\frac{x-4}{x} = \frac{x}{x+2} \wedge \frac{y+1}{3y} = \frac{3y}{9y-6}$$

De donde:

$$x = -4 \wedge y = 2$$

Luego la progresión aritmética inicial será:

$$\begin{array}{c} -4 ; 2 ; z ; \dots\dots \\ \swarrow \quad \searrow \\ 6 \quad 6 \end{array}$$

De donde:

$$z = 8$$

Rpta.: B

PROBLEMA 19: Si la media geométrica de dos números positivos es igual a tres veces la media armónica de los mismos, halle la suma de los cuadrados de las razones que se obtienen con los dos números.

A) 1154

B) 1294

C) 1024

D) 576

E) 784

Resolución:

Si:

$$MG(a, b) = 3MH(a, b)$$

$$\sqrt{ab} = 3 \cdot \frac{2ab}{a+b}$$

$$a+b = 6\sqrt{ab}$$

Elevando al cuadrado y simplificando:

$$a^2 + b^2 = 34ab$$

nuevamente elevando al cuadrado:

$$a^4 + b^4 = 1154ab \dots\dots(I)$$

Nos piden:

$$E = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2}$$

reemplazando:

$$E = \frac{1154 a^2 b^2}{a^2 b^2}$$

$$E = 1154$$

Rpta.: A

PROBLEMA 20: Si: $\frac{m}{13!} = \frac{n}{14!} = \frac{p}{15!} = \frac{q}{16!}$ y $m+n=17!$ Halle $q-p$.

A) $110 \times (17!)$

B) $210 \times (16!)$

C) $110 \times (16!)$

D) $160 \times (16!)$

E) $210 \times (17!)$

Resolución:

Según la propiedad de proporciones, si:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$$

entonces se cumple:

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{g-e}{h-f}$$

La serie se puede escribir:

$$\frac{m}{13!} = \frac{n}{14 \times 13!} = \frac{p}{15 \times 14 \times 13!} = \frac{q}{16 \times 15 \times 14 \times 13!}$$

$$\frac{m}{1} = \frac{n}{14} = \frac{p}{15 \times 14} = \frac{q}{16 \times 15 \times 14}$$

$$\frac{m+n}{15} = \frac{q-p}{15 \times 14 (16-1)} \quad (\text{por propiedad})$$

$$\frac{17!}{15} = \frac{q-p}{15 \times 14 \times 15} \quad (\text{por dato})$$

Despejando:

$$q-p = 210 \times 17!$$

Rpta.: E

PROBLEMA 21: Un empleado gana en dos días la misma cantidad de lo que otro gana en tres días. El primero trabajó 38 días y el otro, 33 días. ¿Cuál es la diferencia positiva de sus ingresos si la suma de estos es S/. 9 300?

A) S/. 2 480

B) S/. 2 350

C) S/. 2 460

D) S/. 2 765

E) S/. 2 455

Resolución: Tenemos empleados A y B, donde:

"A" en 2 días gana $m \rightarrow$ en 1 día: $\frac{m}{2}$

"B" en 3 días gana $m \rightarrow$ en 1 día: $\frac{m}{3}$

Por dato:

$$38\left(\frac{m}{2}\right) + 33\left(\frac{m}{3}\right) = 9300$$

$$19m + 11m = 9300$$

$$m = 310$$

Nos piden:

$$19m - 11m = 8m = 8(310) = 2480$$

Rpta.: A

PROBLEMA 22:

Se tiene dos máquinas, una antigua y otra moderna. La máquina antigua realiza cierto trabajo en 8 horas, funcionando ambas a la vez, hacen el mismo trabajo en 3 horas. Si la máquina moderna trabajara sola, ¿en qué tiempo haría el mismo trabajo?

A) 4 horas 8 minutos

B) 4 horas

C) 4 horas 48 minutos

D) 4 horas 18 minutos

E) 5 horas

Resolución:

Considerando que la obra total es $24K$

$\rightarrow$ La máquina antigua en 1 hora haría:

$$24K \div 8 = 3K$$

$\rightarrow$ Ambas en 1 hora harían:

$$24K \div 3 = 8K$$

Pero, en 1 hora se reduce:

$$\frac{\text{antigua}}{3K} + \text{moderna} = 8K$$

$$\therefore \text{moderna} = 5K \text{ (en 1 hora)}$$

Entonces para halle en cuánto tiempo haría el trabajo la máquina moderna, se efectúa:

$$24K \div 5K = 4 \frac{4}{5} \text{ horas}$$

Pero:

$$4 \frac{4}{5} \text{ hora} < 4 \text{ horas } 48 \text{ minutos}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 23: Paco llena un vaso con vino y bebe una cuarta parte del contenido; vuelve a llenarlo, esta vez con agua, y bebe una tercera parte de la mezcla; finalmente, lo llena nuevamente con agua y bebe la mitad del contenido del vaso. Si la capacidad del vaso es de 200 ml, ¿qué cantidad de vino queda finalmente en el vaso?

A) 100 ml

B) 40 ml

C) 60 ml

D) 50 ml

E) 80 ml

Resolución:

Al inicio tenemos 200 ml de vino, como extraemos $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ del vino que

va quedando; entonces quedará finalmente $\frac{3}{4}$ de los $\frac{2}{3}$ de la $\frac{1}{2}$ de 200 ml

osea: queda $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 200 = 50$

∴ Finalmente queda 50 ml.

Rpta.: D

PROBLEMA 24: Halle la suma del mayor y el menor número de tres cifras divisibles por 3, los cuales, disminuidos en 3 unidades, son divisibles por 5.

A) 1086

B) 1116

C) 1071

D) 1161

E) 1101

Resolución:

Sea $\overline{abc}$ el número buscado:

Por dato:

$$\overline{abc} = \overset{0}{3} \rightarrow \overline{abc} = \overset{0}{3} + 3$$

$$\overline{abc} - 3 = \overset{0}{5} \rightarrow \overline{abc} = \overset{0}{5} + 3$$

$$\therefore \overline{abc} = \overset{0}{15} + 3$$

el menor: $\overline{abc} = 15(7) + 3 = 108$

el mayor: $\overline{abc} = 15(66) + 3 = 993$

Nos piden:

$$108 + 993 = 1101$$

Rpta.: E

PROBLEMA 30:

Halle la suma de tres números que están en progresión aritmética, sabiendo que la suma del primero y el tercero es 12, y que el producto del primero por el segundo es 24.

A) 14

B) 18

C) 16

D) 15

E) 12

Resolución:

Tenemos a los números: $(a-r)$; a y $(a+r)$

Por dato:

$$a-r+a+r=12$$

$$a=6$$

Nos piden:

$$a-r+a+a+r=3a$$

$$\therefore 3a=3(6)=18$$

Rpta.: B

2	Tanto por ciento - Mezclas
3	Magnitudes Proporcionales
4	Regla de Interés - Regla de Descuento
5	Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos
6	Relaciones Binarias - Teoría de Numeración
7	Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series
8	Teoría de la Divisibilidad
9	Estudio de los divisores Z^+
10	MCD - MCM
11	Potenciación y Radicación
12	Números Racionales
13	Estadística Descriptiva
14	Análisis Combinatorio
15	Teoría de Probabilidades

Teléfonos: 424 - 6350

992 - 796104



/ fondoeditorialrodo

editorialrodo@gmail.com

TEMARIO ARITMÉTICA



Nº

TEMA

1

Razones y Proporciones - Promedios